

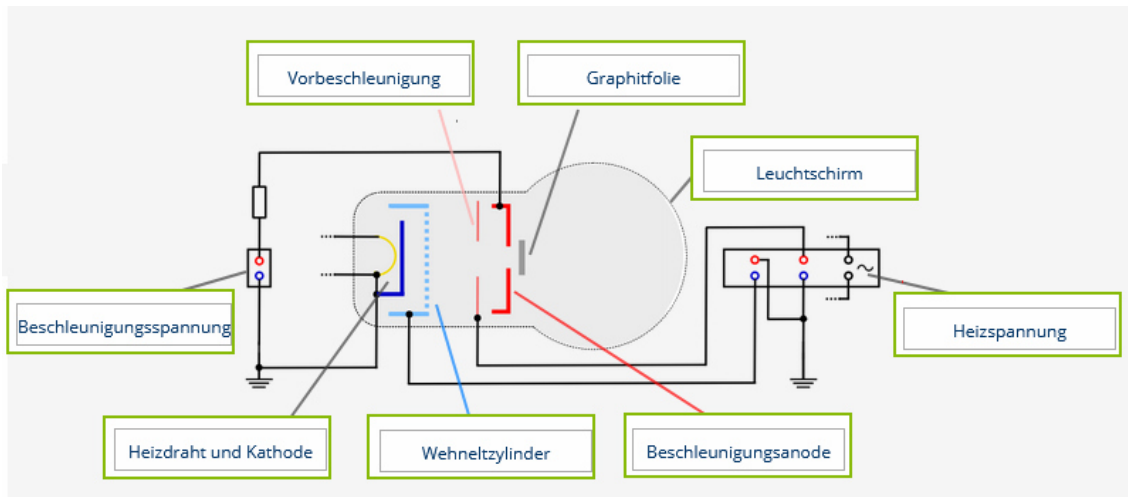
Lösungen zu den tet.folio-Aufgaben Elektronenbeugung

Die nachfolgenden Lösungen richten sich in erster Linie an Lehrkräfte. Es sind daher nicht in allen Fällen ausführliche Lösungen angegeben.

• Versuchsaufbau zur Elektronenröhre

Aufgabe 1: Zuordnung der Bauteile

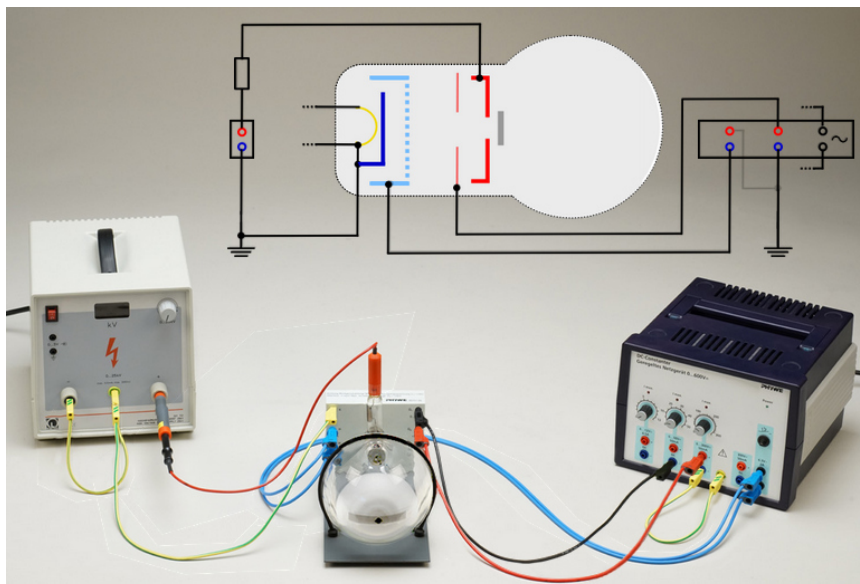
Hier ein Bild der vollständigen Zuordnung der Bauteile:



Antwortbox 2: Funktion Elektronenkanone

Funktionsweise der Elektronenkanone: Mittels Heizspannung wird der Heizdraht zum Glühen gebracht, sodass Elektronen infolge des glühelektrischen Effekts aus ihm austreten. Zwischen Heizdraht und Beschleunigungsanode besteht ein elektrisches Feld, durch das die Elektronen beschleunigt werden. Beim Durchtritt durch das Anodenloch treten sie in einen feldfreien Raum ein und bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit. Durch den Wehneltzylinder wird die Divergenz des Elektronenstrahls in gewissen Grenzen gehalten.

vollständiger Aufbau



Antwortbox 3: Entscheidung über relativistische Rechnung

Hier eine mit einem Tabellenkalkulationsprogramm erstellte Übersicht:

UA in V	vrel in m/s	v/c in %	mrel in kg	lambda = h/(m*v) lambda_rel in m	v_nichtrel in m/s	vnr/c in %	lambda_nr in m	Fehler lambda
1.000	1,87E+07	6,2%	9,13E-31	3,88E-11	1,88E+07	6,3%	3,88E-11	0,0%
2.000	2,64E+07	8,8%	9,15E-31	2,74E-11	2,65E+07	8,8%	2,74E-11	0,1%
3.000	3,23E+07	10,8%	9,16E-31	2,24E-11	3,25E+07	10,8%	2,24E-11	0,1%
4.000	3,73E+07	12,4%	9,18E-31	1,94E-11	3,75E+07	12,5%	1,94E-11	0,2%
5.000	4,16E+07	13,9%	9,20E-31	1,73E-11	4,19E+07	14,0%	1,73E-11	0,2%
6.000	4,55E+07	15,2%	9,22E-31	1,58E-11	4,59E+07	15,3%	1,58E-11	0,3%
7.000	4,91E+07	16,4%	9,23E-31	1,46E-11	4,96E+07	16,5%	1,47E-11	0,3%
8.000	5,24E+07	17,5%	9,25E-31	1,37E-11	5,30E+07	17,7%	1,37E-11	0,4%
9.000	5,55E+07	18,5%	9,27E-31	1,29E-11	5,63E+07	18,8%	1,29E-11	0,4%
10.000	5,85E+07	19,5%	9,29E-31	1,22E-11	5,93E+07	19,8%	1,23E-11	0,5%
11.000	6,12E+07	20,4%	9,31E-31	1,16E-11	6,22E+07	20,7%	1,17E-11	0,5%
12.000	6,38E+07	21,3%	9,32E-31	1,11E-11	6,50E+07	21,7%	1,12E-11	0,6%
15.000	7,11E+07	23,7%	9,38E-31	9,94E-12	7,26E+07	24,2%	1,00E-11	0,7%
20.000	8,15E+07	27,2%	9,47E-31	8,59E-12	8,39E+07	28,0%	8,67E-12	1,0%
256.000	2,24E+08	74,5%	1,37E-30	2,17E-12	3,00E+08	100,0%	2,42E-12	11,8%
1.000.000	2,82E+08	94,1%	2,69E-30	8,72E-13	5,93E+08	197,7%	1,23E-12	40,6%
10.000.000	3,00E+08	99,9%	1,87E-29	1,18E-13	1,88E+09	625,1%	3,88E-13	228,2%

Beurteilung:

Eine relativistische Rechnung ist nicht unbedingt nötig, da der Fehler im Rahmen bleibt und noch erträglich ist.

Antwortbox 4: Herleitung der nichtrelativistischen Gleichungen

$$\text{Herleitung } v_{\text{klass}} = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_B} :$$

Aufgrund der Energien beim Beschleunigungsprozess gilt $e \cdot U_B = E_B = E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{klass}}^2$,

$$\text{umgestellt nach der Geschwindigkeit ergibt sich } v_{\text{klass}} = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_B} .$$

$$\text{Herleitung } p_{\text{klass}} = \sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U_B} :$$

Es gilt allgemein $p_{\text{klass}} = m \cdot v_{\text{klass}}$, mit eingesetzter Geschwindigkeit aus voran stehendem Absatz erhält man sofort $p_{\text{klass}} = \sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U_B}$.

$$\text{Bestimmung der Einheit von } \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_B} :$$

$$\left[\sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_B} \right] = \sqrt{\frac{A \cdot s}{kg} \cdot V} = \sqrt{\frac{V \cdot A \cdot s}{kg}} = \sqrt{\frac{J}{kg}} = \sqrt{\frac{kg \cdot \frac{m^2}{s^2}}{kg}} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s} = [v_{\text{klass}}] .$$

Antwortbox 5: Herleitung der relativistischen Gleichung

$$\text{Herleitung } v_{\text{rel}} = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2}\right)^2}} :$$

Bei relativistischer Betrachtungsweise gilt für die aufgrund der Beschleunigung gewonnene kinetische Energie der Elektronen $E_{\text{kin}} = (m - m_{0e}) \cdot c^2 = E_B = e \cdot U_B$, damit

$$\text{ergibt sich } e \cdot U_B = (m - m_{0e}) \cdot c^2 = \left(\frac{m_{0e}}{\sqrt{1 - \frac{v_{rel}^2}{c^2}}} - m_{0e} \right) \cdot c^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{rel}^2}{c^2}}} - 1 \right) \cdot m_{0e} \cdot c^2.$$

Es bleibt, die Gleichung nach v_{rel} umzustellen:

$$\frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{rel}^2}{c^2}}}$$

$$\left(\frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2} + 1 \right)^2 = \frac{1}{1 - \frac{v_{rel}^2}{c^2}}$$

$$1 - \frac{v_{rel}^2}{c^2} = \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2} + 1 \right)^2}$$

$$c^2 - v_{rel}^2 = c^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2} + 1 \right)^2}$$

$$v_{rel}^2 = c^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2} + 1 \right)^2} \right)$$

$$v_{rel} = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U_B}{m_{0e} \cdot c^2} + 1 \right)^2}}$$

• Elektronenbeugungsröhre - Qualitative Auswertung

Antwortbox 1: Vermutung zum Aussehen des Bildes

Wenn der (im IBE nach vorne gerichtete) Elektronenstrahl auf Gitterebenen der Kristallite trifft, die den „richtigen“ Glanzwinkel aufweisen, wird unter dem doppelt so großen Ablenkungswinkel ein Leuchtpunkt auf dem Schirm zu sehen sein.

Je nach Ordnung oder Unordnung der Kristallite sieht man sehr viele solcher Leuchtpunkte (zur kreisförmigen Anordnung s. u.).

Antwortbox 2: Beschreibung / Schlussfolgerung

Man erkennt Kreise auf dem Leuchtschirm, deren Radien mit zunehmender Beschleunigungsspannung kleiner werden.

Schlussfolgerung: Es gibt tatsächlich Kristallite, die unter solchem Glanzwinkeln vom Elektronenstrahl getroffen werden, dass Interferenzpunkte zu sehen sind. Da diese Interferenzpunkte auf Kreisen liegen, gibt es rotationssymmetrisch zur Strahlrichtung viele solcher Kristallite.

Dass man zwei Kreise sieht, kann die Ursache im Auftreten von zwei verschiedenen Gitterebenenabständen haben oder auch durch das Vorliegen von Interferenzmaxima zweier Ordnungen.

Antwortbox 3: Teilchen- und Welleneigenschaften

Teilcheneigenschaften: Beschleunigungsstrecke, geradlinige Ausbreitung im Vakuum

Welleneigenschaften: Bragg-Reflexion an den Kristalliten in der Graphitfolie.

Antwortbox 4: Röntgenstrahlung

Man muss ein Experiment entwickeln, bei dem man prüft, ob sich die Strahlung durch elektrische oder magnetische Felder ablenken lässt. Nichtablenkbarkeit wäre ein Indiz für Röntgenstrahlung, Ablenkbarkeit widerlegt das Vorliegen von Röntgenstrahlung.

Antwortbox 5: Experiment

- *Das durch die Elektronen erzeugte Interferenzbild wird durch ein Magnetfeld beeinflusst. Daher kann die Leuchterscheinung nicht durch Röntgenstrahlung hervorgerufen sein.*

Hinweis: Röntgenstrahlung entsteht aber beim Auftreffen der Elektronen auf dem Leuchtschirm. Daher darf die Röhre unter schulischen Bedingungen nur bis 5 kV betrieben werden (siehe „Störstrahler“ gemäß Strahlenschutzverordnung).

- *Die Elektronen werden erkennbar nach unten abgelenkt, wenn man den Südpol des Stabmagneten der Röhre annähert. Das von ihm in der Röhre wirkende Magnetfeld ist zum Südpol hin, also im Bild nach rechts, gerichtet und die Elektronen bewegen sich von hinten nach vorn. Gemäß der Drei-Finger-Regel werden sie daher nach unten abgelenkt (Lorentzkraft).*

• Elektronenbeugungsröhre - Geometrie des Beugungsbilds

Antwortbox 1: Herleitung Gangunterschied

$$\Delta s = AB + BC = d \cdot \sin(\vartheta) + d \cdot \sin(\vartheta) = 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta)$$

Antwortbox 2: Interferenzringe

Entstehung von Kreisen durch Drehung des Interferenzbildes eines Gitters.

Kreuzgitter besteht aus zwei senkrecht zueinander stehenden Gittern.

Es genügt völlig, ein einfaches, lineares Gitter mit seinem Interferenzbild zu drehen, dies entspricht auch den vielen einzelnen in der richtigen Richtung liegenden Kristalliten.

Antwortbox 3: Entstehung der Ringe

Die Kristallite liegen wahllos in allen Raumrichtungen statistisch verteilt. Daher gibt es unter dem Bragg-Winkel immer Kristallite, die zu konstruktiver Interferenz auf dem Maximum 1. Ordnung auf dem Leuchtschirm führen.

Antwortbox 4: Herleitung der Gleichung / Bestimmung der Wellenlänge

In der Skizze ist $\sin(2 \cdot \vartheta) = \frac{r}{D}$ und somit $2 \cdot \vartheta = \arcsin\left(\frac{r}{D}\right)$, woraus sofort durch

Umstellung $\vartheta = \frac{1}{2} \cdot \arcsin\left(\frac{r}{D}\right)$ folgt.

Die Wellenlänge kann man anschließend mit Hilfe dieses allein aus den geometrischen Daten errechneten Winkels durch Anwendung der Bragg-Gleichung $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta)$ berechnen, wenn der Gitterebenenabstand d bekannt ist.

Antwortbox 5: Zusammenhang zwischen p und λ

Mit zunehmender Spannung werden die Radien der Interferenzkreis immer kleiner.

Mit zunehmender Spannung wird die Geschwindigkeit der Elektronen größer, damit auch ihr Impuls. Da dabei die zu den Interferenzkreisen gehörenden Winkel immer kleiner werden, kann man schließen: Je größer der Impuls der Elektronen ist, desto kleiner ist ihre Wellenlänge.

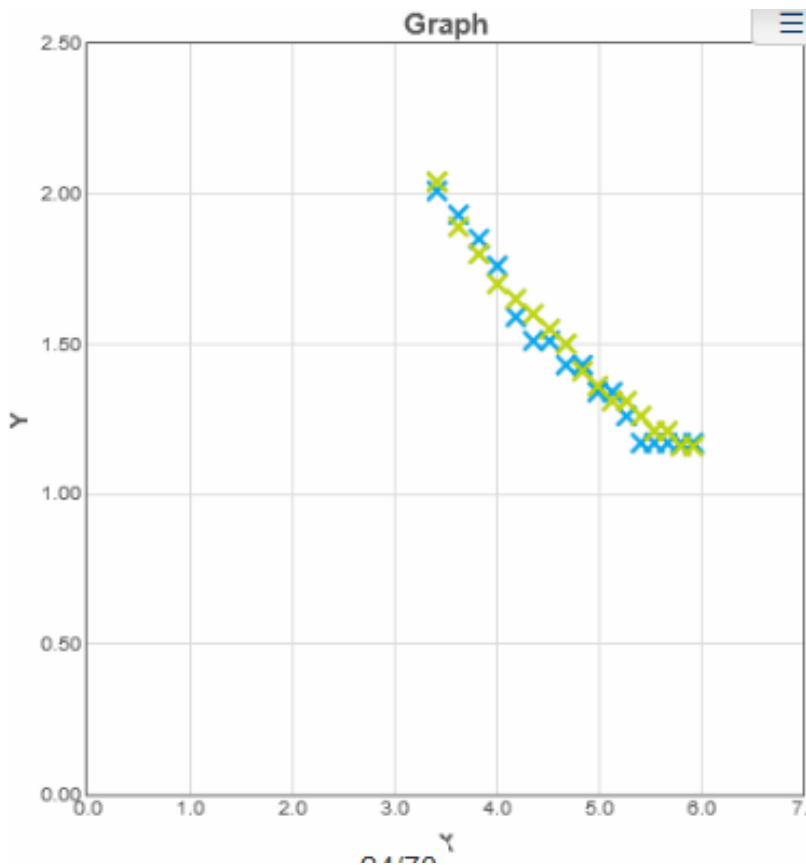
• Elektronenbeugungsröhre - Quantitative Auswertung

Antwortbox 1:

Bitte einen Punkt "." als Dezimaltrennzeichen verwenden!

	U in kV	r_1 in cm	r_2 in cm
1	4	1.2	2.1
2	4.5	1.15	1.95
3	5	1.1	1.85
4	5.5	1.05	1.75
5	6	0.95	1.7
6	6.5	0.9	1.65
7	7	0.9	1.6
8	7.5	0.85	1.55
9	8	0.85	1.45
10	8.5	0.8	1.4
11	9	0.8	1.35
12	9.5	0.75	1.35
13	10	0.7	1.3
14	10.5	0.7	1.25
15	11	0.7	1.25
16	11.5	0.7	1.2
17	12	0.7	1.2

	p in 10^{-23} kg*m/s	λ_1 in pm	λ_2 in pm
1	3.41	2.01	2.04
2	3.62	1.93	1.89
3	3.82	1.85	1.80
4	4.00	1.76	1.70
5	4.18	1.59	1.65
6	4.35	1.51	1.60
7	4.51	1.51	1.55
8	4.67	1.43	1.50
9	4.83	1.43	1.41
10	4.98	1.34	1.36
11	5.12	1.34	1.31
12	5.26	1.26	1.31
13	5.4	1.17	1.26
14	5.53	1.17	1.21
15	5.66	1.17	1.21
16	5.79	1.17	1.16
17	5.91	1.17	1.16



Antwortbox 2: de-Broglie-Hypothese / Überprüfung

De Broglie-Hypothese: de Broglie hat die Hypothese aufgestellt, dass auch Teilchen Welleneigenschaften zeigen. Der Zusammenhang zwischen der Wellenlänge und dem

Impuls wird durch die de Broglie Beziehung beschrieben: $\lambda = \frac{h}{p}$.

	p in 10^{-23} kg*m/s	λ_1 in pm	λ_2 in pm	$p \cdot \lambda_1$ in 10^{-34} kg*m ² /s	$p \cdot \lambda_1$ in 10^{-34} kg*m ² /s
1	3.41	2.01	2.04	6.88	6.97
2	3.62	1.93	1.89	6.99	6.86
3	3.82	1.85	1.80	7.05	6.86
4	4.00	1.76	1.70	7.05	6.80
5	4.18	1.59	1.65	6.66	6.90
6	5.34	1.51	1.60	6.57	6.97
7	4.51	1.51	1.55	6.82	7.01
8	4.67	1.43	1.50	6.67	7.03
9	4.83	1.43	1.41	6.88	6.79
10	4.98	1.34	1.36	6.68	6.76
11	5.12	1.34	1.31	6.87	6.70
12	5.26	1.26	1.31	6.62	6.89
13	5.40	1.17	1.26	6.34	6.80
14	5.53	1.17	1.21	6.49	6.70
15	5.66	1.17	1.21	6.65	6.86
16	5.79	1.17	1.16	6.80	6.73
17	5.91	1.17	1.16	6.94	6.88
18					

Die beiden Messreihen bestätigen die de Broglie-Beziehung als Mittelwerte ergeben sich $6,76 \cdot 10^{-34}$ kg*m²/s bzw. $6,85 \cdot 10^{-34}$ kg*m²/s. Also eine Abweichung vom Literaturwert für h von 2% bzw. 3,4%.

Antwortbox 3: Maxima verschiedener Ordnung

Wenn es sich um Maxima verschiedener Ordnung handeln würde, müsste der innere Ring zum Maximum 1. Ordnung und der äußere Ring zum Maximum 2. Ordnung gehören.

Nach $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta)$ gehört der innere Ring, also der mit dem kleineren Beugungswinkel, zum größeren Netzebenenabstand. Das Produkt aus Netzebenenabstand d und $\sin(\vartheta)$ muss konstant sein, da allen Elektronen die gleiche Wellenlänge zugeordnet werden kann, solange die Beschleunigungsspannung nicht variiert wird.

Also ist zu prüfen, oder der größere Kreis zum Maximum 2. Ordnung der Beugung am größeren Netzebenenabstand gehören kann.

Mit Hilfe der de Broglie-Beziehung $\lambda = \frac{h}{p}$ lässt sich die Wellenlänge zu einem

gegebenen Impuls berechnen, woraus sich dann mit $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta)$ der

Beugungswinkel bestimmt werden kann. Mit $\sin(2 \cdot \vartheta) = \frac{r}{D}$ lässt sich dann der zu

erwartende Radius für das Maximum 2. Ordnung berechnen.

Für alle Messwerte ergibt sich:

Radius Maximum 2. Ordnung	r_2 in cm
1,33	1,2
1,36	1,2
1,39	1,25
1,43	1,25
1,46	1,3
1,50	1,35
1,54	1,35
1,59	1,4
1,63	1,45
1,69	1,55
1,75	1,6
1,81	1,65
1,89	1,7
1,97	1,75
2,06	1,85
2,17	1,95
2,31	2,1
2,46	2,2
2,66	2,3

Man erkennt, dass die Werte nicht weit auseinander liegen. Allerdings sind alle berechneten Werte für den Radius des Maximums 2. Ordnung größer als die

gemessenen Werte, was den Schluss nahelegt, dass es sich nicht um das Maximum 2. Ordnung handelt.

- **Historische Einordnung der Entdeckung der Elektronenbeugung**

Antwortbox 1:

Langevins Berater war Albert Einstein.

Antwortbox 2:

Hier eine Bildschirmkopie der eingetragenen Daten:

Welleneigenschaften des Photons (des Lichts)	
Huygens'sches Prinzip	1678
Polarisierbarkeit durch elektrische Felder (Kerr-Effekt)	1875
Polarisierbarkeit durch magnetische Felder (Faraday-Effekt)	1876
Teilcheneigenschaften des Photons (des Lichts)	
Experiment zum Photoeffekt	1887/88
Theorie zum Photoeffekt	1905
Comptoneffekt	1922
Teilcheneigenschaften des Elektrons	
Kathodenstrahlröhre	Mitte 19. Jhdt
Existenz der negativen Ladungsträger (Elektronen)	1897
Masse der negativen Ladungsträger (Elektronen)	1897
Ladung der negativen Ladungsträger (Elektronen) / Millikanversuch	1909
Welleneigenschaften des Elektrons	
Experiment von Davisson und Germer	1927
Experiment von Möllenstedt und Düker	1956
Experiment von Jönsson	1961

- **Voraussetzungen zur Theorie- und Experimententwicklung der Elektronenbeugung**

Antwortbox 1: Phänomen/Effekt

Es handelt sich um den Photoeffekt, dessen Erklärung (erstmalig) nur durch die Zuweisung von Teilchenaspekten zum Licht gelungen war.

Antwortbox 2: Herleitung

Es ist $E = h \cdot f$, $c = \lambda \cdot f$ und $E = m \cdot c^2$.

Damit ergibt sich: $m \cdot c^2 = E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$, also $m \cdot c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda}$, oder umgestellt $\lambda = \frac{h}{m \cdot c}$.

Mit $p = m \cdot c$ erhält man: $\lambda = \frac{h}{p}$.

Antwortbox 3: Wellenlängenberechnung

Es gilt für nichtrelativistische Elektronen: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_{kin} = E = e \cdot U$, also $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}$.

Damit ergibt sich $\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{m \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}$.

Mit den Zahlenwerten ergibt sich: $\lambda = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$.

• Das Experiment von Davisson und Germer

Antwortbox 1: Herleitung Formel

Die Skizze in der Aufgabe ist zunächst ergänzt:

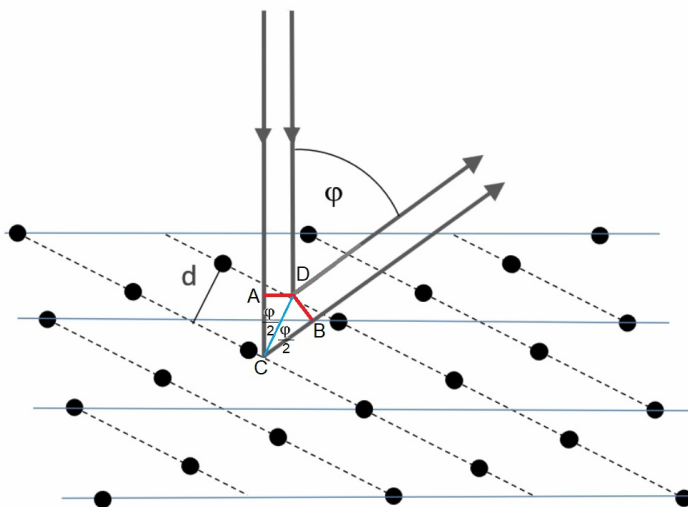


Abbildung 2

Der Gangunterschied der beiden Strahlen beträgt:

$$\Delta s = \overline{AC} + \overline{CB} = \overline{CD} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \overline{CD} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2 \cdot \overline{CD} \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2 \cdot d \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right).$$

Für konstruktive Interferenz muss dieser Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein $\Delta s = n \cdot \lambda$, also erhält man $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$.

Antwortbox 2: Berechnung Wellenlänge

Man erkennt ein Intensitätsmaximum bei ca. $\varphi = 50^\circ$. Nimmt man an, dass es sich um das Maximum mit $n=1$ handelt, ist:

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2 \cdot 91 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \cos(25^\circ) = 165 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 165 \text{ pm}.$$

Antwortbox 3: Berechnung Spannung

Nach de Broglie ist $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$, ferner $E = e \cdot U$ und $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. Eliminiert man E , ergibt

$$\text{sich: } U = \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{e} \cdot v^2 \text{ und mit } v = \frac{h}{m \cdot \lambda} \text{ also: } U = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{e \cdot m \cdot \lambda^2}. \text{ Mit Zahlen erhält man:}$$

55,3 V.

Antwortbox 4: Einfluss Beschleunigungsspannung

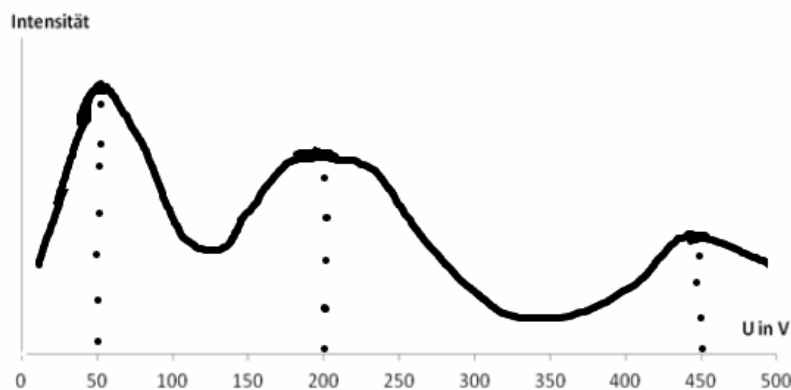
Eine höhere Beschleunigungsspannung führt zu einer größeren Geschwindigkeit der Elektronen, was wiederum deren Zuordnung einer kleineren Wellenlänge λ nach sich

zieht, wie sich auch formal anhand des Ergebnisses $U = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{e \cdot m \cdot \lambda^2}$ aus der voran

stehenden Aufgabe ergibt: $\lambda \sim \frac{1}{\sqrt{U}}$. Die kleinere Wellenlänge würde dann zu einem

kleineren $\cos(\varphi)$ und damit zu einem größeren Winkel φ führen, bei dem dann ein (relatives) Maximum der Intensität zu beobachten wäre.

Antwortbox 5: Grafik Intensität



Begründung für den Verlauf:

Berücksichtigt werden die beiden oben angegebenen Zusammenhänge

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \text{ und } \lambda \sim \frac{1}{\sqrt{U}}.$$

Erhöht man die Spannung, wird die Wellenlänge kleiner, bei vierfacher Spannung ergibt sich eine halb so große, bei neunfacher Spannung eine ein Drittel so große Wellenlänge. Daher treten für den Winkel 50° bei den beiden letztgenannten Wellenlängen ein Maximum zweiter bzw. ein Maximum dritter Ordnung auf. Da der Winkel bei konstant 50° festgehalten sein soll, verschwinden diese Maxima, wenn man die Spannung abweichend von diesen Werten einstellt, da die Wellenlänge in erster, zweiter und dritter Ordnung nicht mehr „passend“ ist.

Antwortbox 6: Interpretation der Kurven

Zur rechten Diagrammhälfte:

- Das Maximum bei einem „Reflexionswinkel“ von ca. 50° ist am deutlichsten ausgeprägt, wenn die Beschleunigungsspannung der Elektronen 54 V beträgt. D. h., dass die zugeordnete Wellenlänge gemäß der Gleichung $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ so gut zu der Gitterkonstanten „passt“, dass eine optimale konstruktive Interferenz (erster Ordnung) erzeugt wird. Verändert man die Beschleunigungsspannung zu kleineren bzw. zu größeren Werten hin, verschwindet unter dem Winkel von 50° das dortige Maximum immer mehr.

Zur linken Diagrammhälfte:

- Berechnung der Wellenlänge λ_{links} : Gemäß $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}}$ beträgt bei 65 V die Wellenlänge der Elektronen $\lambda_{\text{links}} = 1,54 \cdot 10^{-10}$ m. Es ist folglich $\lambda_{\text{links}} < \lambda_{\text{rechts}}$, was sich qualitativ auch direkt aus $\lambda \sim \frac{1}{\sqrt{U}}$ ergibt.
- Allgemein gilt: $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$, also $d_{\text{links}} = \frac{n \cdot \lambda_{\text{links}}}{2 \cdot \cos\left(\frac{\varphi_{\text{links}}}{2}\right)}$. Mit den bekannten Zahlenwerten für $n=1$, $\lambda_{\text{links}} = 1,54 \cdot 10^{-10}$ m und $\varphi_{\text{links}} \approx 43^\circ$ ergibt sich:
 $d_{\text{links}} \approx 83 \cdot 10^{-12}$ m = 83 pm.

Antwortbox 7: Interferenzbild

Das Interferenzbild ähnelt sehr demjenigen eines Kreuzgitters, wobei die beiden Gitterkonstanten des Kreuzgitters wegen des sichtbaren Unterschieds der Abstände der Maxima in horizontaler bzw. vertikaler Richtung unterschiedlich sein müssten.

Die bei größer werdender Beschleunigungsspannung, also bei schnelleren bzw.

energiereicheren Elektronen mit gemäß $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ kleinerer Wellenlänge, kleiner

werdenden Abstände der Maxima würden sich in gleicher Weise bei Verwendung eines Kreuzgitters bei Licht unterschiedlicher Wellenlänge ergeben, wobei auch hier das energiereichere Licht, also das Licht mit kleinerer Wellenlänge, zu kleineren Abständen führen würde.

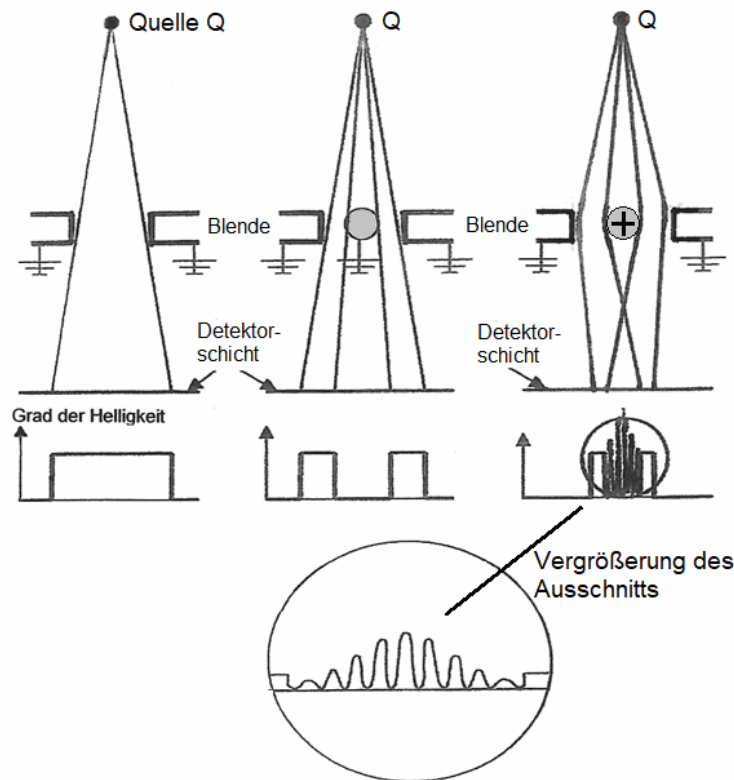
• Das Experiment von Möllenstedt und Düker

Antwortbox 1:

Beschreibung des Versuchsaufbaus und Skizze:

Wie in der nachfolgenden Abbildung dargestellt, trifft ein von der Quelle Q ausgehender monoenergetischer Elektronenstrahl nach Passieren einer Blende auf eine Detektorschicht (Fall A). Der Bereich der Detektorschicht, in dem die Elektronen auftreffen, erscheint hell.

In den Weg des Strahls wird ein dünner Draht gebracht, der im Fall B geerdet ist, während er in Fall C positiv geladen ist.



Versuchsergebnisse:

Im Bereich der Überlagerung der beiden durch den positiv geladenen Draht abgelenkten Elektronenstrahlen kommt es zu Interferenzerscheinungen, die denen eines optischen Doppelspaltexperiments ähneln.

Je größer die Spannung am Draht gewählt wird, desto enger liegen die Interferenzmaxima.

Antwortbox 2:

Es ist $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_{kin} = E = e \cdot U_B$, woraus folgt: $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_B}$. In $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ eingesetzt,

$$\text{erhält man } \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U_B}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m \cdot U_B}}$$

Mit $U_B=15\text{kV}$ ergibt sich für die Wellenlänge $\lambda = 10 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 10 \text{ pm}$.

Antwortbox 3: Babinet'sches Prinzip / Messung dünner Gegenstände

Babinet'sches Prinzip :

Das Babinet'sche Prinzip (auch Babinet'sches Theorem) ist ein Satz aus der Optik und besagt, dass die Beugungsbilder zweier zueinander komplementärer Blenden (beispielsweise Spaltblende und ein Draht gleicher Dicke) außerhalb des Bereiches, in den die geometrisch-optische Abbildung fällt (also die Abbildung ohne

Beugungseffekte), gleich sind. Beispielsweise unterscheidet sich das Beugungsbild eines Einzelspalts kaum von dem eines Drahtes und das einer Kreisscheibe nicht von dem eines Loches in der Größe des Kreises. (Wikipedia)

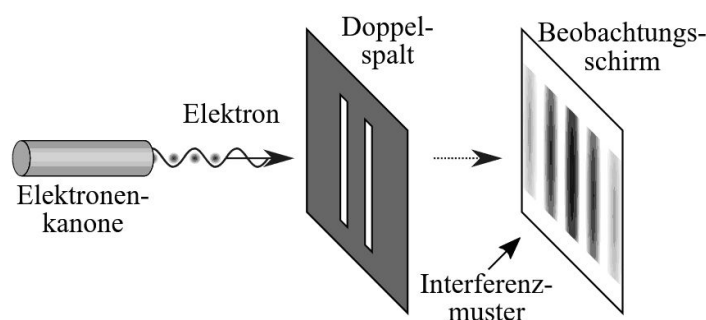
Messung dünner Gegenstände:

Man gleicht das für den dünnen Gegenstand gewonnene Interferenzbild mit dem eines Spalts variabler Breite ab. Bei Übereinstimmung der Lage der Interferenzmaxima stimmen Spaltbreite und Gegenstandsdicke überein.

• Der Doppelspaltversuch mit Elektronen von Jönsson

Antwortbox 1: Versuchsaufbau / Problem

Grundlegender Versuchsaufbau und Beschreibung:



(Quelle: Wikipedia)

Elektronen einer Elektronenkanone wurden auf einen sehr kleinen Doppelspalt gelenkt; hinter diesem Doppelspalt konnten die Auftreffpunkte der Elektronen auf einem Beobachtungsschirm (Photoplatte) an verschiedenen Orten registriert werden, die einem Interferenzmuster eines optischen Analogversuchs sehr ähnlich waren.

Zu lösendes Problem:

Man musste zwei sehr eng benachbarte Spalte mit einer jeweils noch deutlich reduzierten Spaltbreite technisch herstellen können.

Antwortbox 2: Berechnung des Spaltabstands

Der Spaltabstand b kann berechnet werden anhand der gegebenen geometrischen Daten für die Abstände der Maxima a und des Schirmabstands d sowie bei Kenntnis der Wellenlänge λ der 50 keV-Elektronen gemäß des Zusammenhangs für das Maximum

erster Ordnung: $\tan(\alpha) = \frac{a}{d}$ und $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{b}$, bei den hier vorliegenden (sehr) kleinen

Winkeln ($\sin \approx \tan$) also $b = \frac{d \cdot \lambda}{a}$.

Vorabberechnung der Wellenlänge der Elektronen:

Nach de Broglie ist $\lambda = \frac{h}{p}$. Bei 50 keV-Elektronen muss mit dem relativistischen Impuls

gerechnet werden, für den die Beziehung $E^2 = E_0^2 + p^2 \cdot c^2$, also $p = \frac{\sqrt{E^2 - E_0^2}}{c}$, gilt. E_0 ist dabei die Ruhenergie der Elektronen, also $E_0 = 511 \text{ keV}$, und E die Gesamtenergie der

mit $U_B=50$ keV beschleunigten Elektronen, die folglich $E = 561$ keV beträgt.

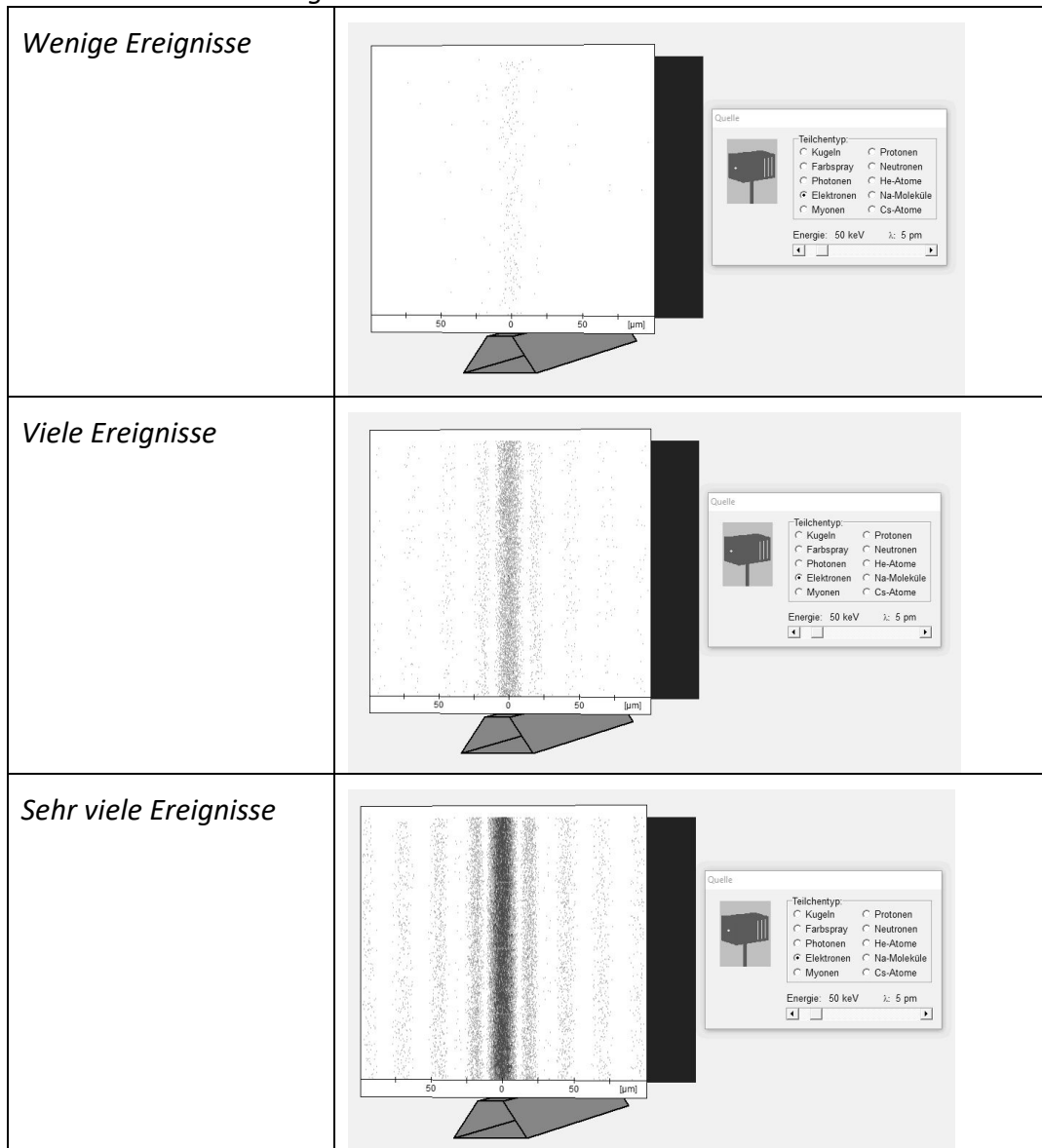
Damit ergibt sich für $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h \cdot c}{\sqrt{E^2 - E_0^2}}$ der Wert $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-12}$ m.

Berechnung des Spaltabstands b :

Für $b = \frac{d \cdot \lambda}{a}$ ergibt sich damit $b \approx 2 \cdot 10^{-6}$ m = $2 \mu\text{m}$.

Antwortbox 3: Skizzen des Versuchsergebnisses / Erläuterung

Skizzen des Versuchsergebnisses:



Erläuterung:

Bei sehr wenigen detektierten Elektronen kann man die seitlichen Maxima nur andeutungsweise erkennen. Bei mehr detektierten Elektronen werden diese zunehmend sichtbar und bei sehr vielen detektierten Elektronen sind die Maxima deutlich zu erkennen.

Man benötigt gemäß der Kopenhagener Deutung hinreichend viele statistische Ereignisse, um zu Aussagen über das Verhalten der Elektronen zu gelangen. Den

Auftreffpunkt eines einzelnen Elektrons kann man praktisch nie vorhersagen, allenfalls eine Wahrscheinlichkeit, es an einer bestimmten Stelle anzutreffen.