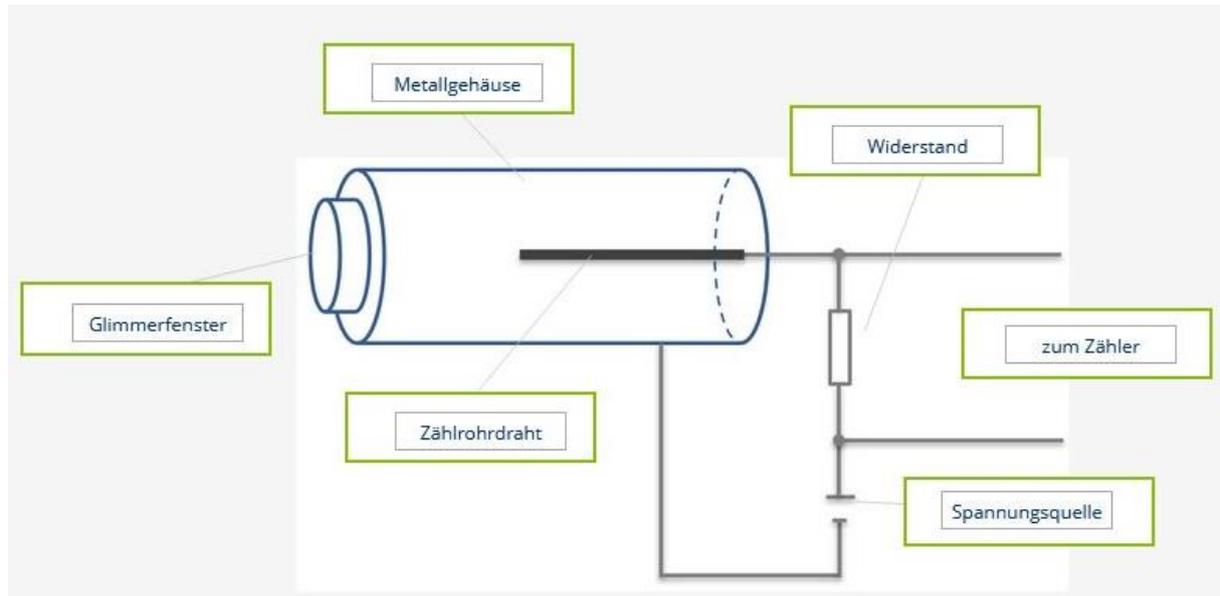


Mögliche Lösungen zu den Aufgaben zu den Arbeitsmaterialien der IBE „Ionisierende Strahlung radioaktiver Stoffe“

Das Geiger-Müller-Zählrohr zum Nachweis ionisierender Strahlung

Aufgabe 1:

Nachfolgend ein Foto der fertigen Anordnung:



Aufgabe 2: Funktionsweise des Geiger-Müller-Zählrohrs:

- Ein Partikel dringt durch das Glimmerfenster in das Gehäuseinnere ein.
- Es ionisiert ein dortiges Gasatom.
- Das freigesetzte Elektron und das positive Ion werden im elektrischen Feld beschleunigt und gewinnen dadurch Energie.
- Diese ionisieren weitere Gasatome, es entsteht eine Kaskade und kurzzeitig ein Stromfluss.
- Die angelegte Spannung zwischen Draht und Gehäuse bricht kurzzeitig zusammen und fällt daher über dem Widerstand ab.
- Der dortige Spannungsimpuls wird von einem Zähler registriert.

Aufgabe 3: Notwendige Eigenschaft der registrierbaren Strahlung

Die Strahlung muss die Gasatome im Inneren des Zählrohrs *ionisieren* können.

Aufgabe 4: Zählrate vs. Aktivität

Mit dem Zählrohr können nur diejenigen Partikel registriert werden, die in das Gehäuse eindringen und dort zu einer Ionisation eines Gasatoms führen. Dies ist i. d. R. lediglich ein (relativ kleiner) Anteil der gesamten vom Präparat ausgehenden Strahlung, der jedoch proportional zur Aktivität der Strahlungsquelle ist, sofern die geometrische Anordnung von Präparat und Zähler nicht verändert

wird. Insbesondere liefert daher auch die über das Zählrohr gemessene Halbwertszeit diejenige des Präparats.

Aufgabe 5: Weiteres Nachweisgerät

Halbleiterdetektoren sind weitere geeignete Nachweisinstrumente für ionisierende Strahlung mit gewissen wichtigen Vorteilen gegenüber Geiger-Müller-Zählrohren:

- Man kann die Energie der registrierten Strahlung messen.
- Ihre Empfindlichkeit für die Registrierung von Partikeln ist häufig deutlich höher. Sie können daher auch bei geringerer Strahlung eingesetzt werden.
- Die Totzeit ist zumeist geringer.

Nachteile:

- Sie sind oft mechanisch deutlich weniger belastbar (wobei mit allen Detektoren sehr sorgfältig umgegangen werden muss).
- Sie sind meist kostenintensiver.

Arten ionisierender Strahlung

Aufgabe 1

Vorab muss die Hintergrundstrahlung mit der Nullrate gemessen werden, damit diese hinterher von den Zählraten der Messungen abgezogen werden kann, damit tatsächlich nur die Strahlung des Präparats gemessen wird. Die Nullrate beträgt ca. 0,3 Zerfälle pro Sekunde bzw. 18 Zerfälle pro Minute.

Aufgabe 2

Absorber	Am-241 bereinigte Zählrate in 1/s	Sr-90 bereinigte Zählrate in 1/s	Co-60 bereinigte Zählrate in 1/s
ohne Absorber	115,2	485,3	16,1
Plexiglas	6,6	157,3	14,7
Papier	7,6	467,2	16,0
Pappe	7,2	376,0	15,8
Blei	0	0	14,2

Aufgabe 3

Begründung, um welche Strahlungsart es sich handeln muss / könnte:

Am-241: Es ist deutlich zu erkennen, dass die Strahlung bereits durch Papier sehr gut abgeschirmt werden kann. Diese Eigenschaft ist typisch für einen α -Strahler, d. h. es handelt sich bei Am-241 vermutlich um einen reinen α -Strahler.

Sr-90: Die Strahlung wird durch Papier kaum und durch Pappe nur sehr wenig abgeschirmt, d.h. es handelt sich vermutlich nicht um einen α -Strahler, da sonst ein deutlich größerer Teil der Strahlung durch Papier bzw. Pappe absorbiert werden müsste.

Durch Plexiglas kommt weniger als die Hälfte der ursprünglichen Strahlung, durch Blei wird die Strahlung nahezu vollständig abgeschirmt. Da γ -Strahlung durch die bei Absorber deutlich weniger abgeschirmt werden würde, handelt es sich bei dem Strahler vermutlich um einen β -Strahler.

Co-60: Es ist gut zu erkennen, dass die Strahlung durch keinen der verwendeten Absorber wesentlich geschwächt wird. D. h. es handelt sich um einen γ -Strahler.

Vertiefende Aufgaben

Aufgabe 1

Abstand	Am-241 bereinigte Zählrate in 1/s	Sr-90 bereinigte Zählrate in 1/s	Co-60 bereinigte Zählrate in 1/s
kürzere Entfernung	115,2	485,3	16,1
größere Entfernung	0,8	51,5	2,7

Aufgabe 2

Die Zählrate von Am-241 geht beim größeren Abstand nahezu auf null zurück. Da α -Strahlung in Luft nur eine sehr kurze Reichweite hat, ist dies ein weiteres deutliches Indiz dafür, dass es sich bei Am-241 um α -Strahlung handelt.

Aufgabe 3

Wenn wir davon ausgehen, dass es sich bei Co-60 um einen reinen γ -Strahler handelt, so ist die Zählrate gemäß dem Abstandsgesetz antiproportional zum Quadrat des Abstands.

Es gilt: $Z_{r_1} = Z_0 \cdot \frac{1}{r_1^2}$ bzw. $Z_{r_2} = Z_0 \cdot \frac{1}{r_2^2}$.

Hieraus ergibt sich:

$$\frac{Z_{r_1}}{Z_{r_2}} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow r_2^2 = \frac{Z_{r_1}}{Z_{r_2}} \cdot r_1^2$$

Durch Einsetzen der Messwerte erhält man:

$$r_2^2 = \frac{16,1 \frac{1}{s}}{2,7 \frac{1}{s}} \cdot (2 \text{ cm})^2 = 23,85 \text{ cm}^2 \Rightarrow r_2 = 4,9 \text{ cm}$$

Absorption von γ -Strahlung Co-60

Aufgabe 1

Die Nullrate beträgt ca. 0,3 Zerfälle pro Sekunde bzw. 18 Zerfälle pro Minute.

Aufgabe 2 und 3

Ergebnisse der Aufgaben 2 und 3

Bitte "." bei Dezimalzahlen als Trennzeichen verwenden und Nullrate subtrahieren.

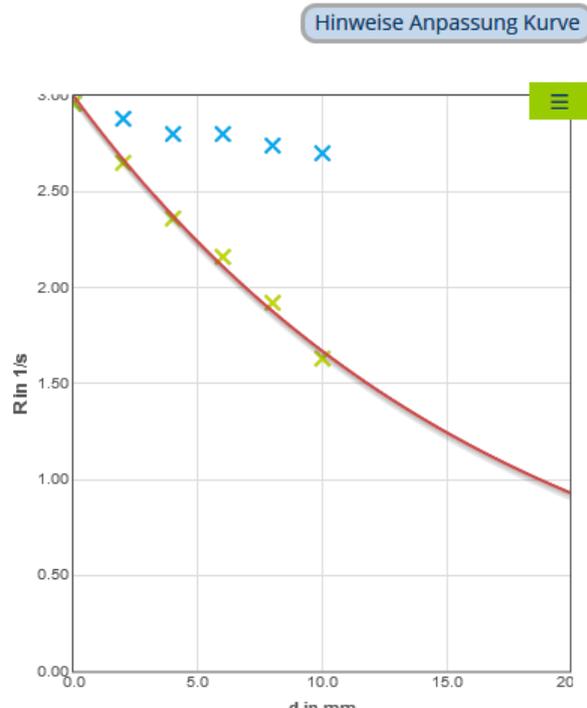
	d in mm	R _{Alu} in 1/s	R _{Blei} in 1/s
1	0	2.96	2.96
2	2	2.88	2.65
3	4	2.8	2.36
4	6	2.8	2.16
5	8	2.74	1.92
6	10	2.7	1.63
7			

$$y = R_0 \cdot \exp(-\log(2) \cdot x / d_{\text{halb}})$$

R₀ = 3 0 5

d_{halb} = 11.8 0 20

R₀: Rate ohne Absorber; d_{halb}: Halbwertsdicke



Die Halbwertsdicke für Blei beträgt ca. 11,8 mm.

Ergebnisse der Aufgaben 2 und 3

Bitte "." bei Dezimalzahlen als Trennzeichen verwenden und Nullrate subtrahieren.

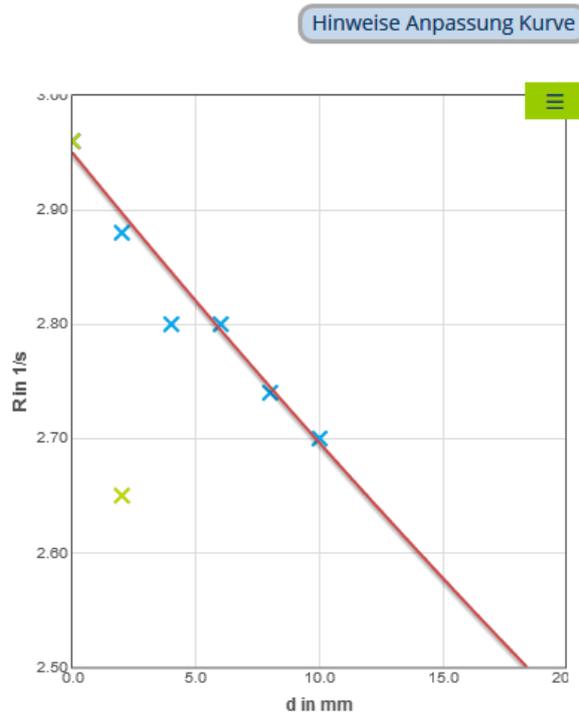
	d in mm	R _{Alu} in 1/s	R _{Blei} in 1/s
1	0	2.96	2.96
2	2	2.88	2.65
3	4	2.8	2.36
4	6	2.8	2.16
5	8	2.74	1.92
6	10	2.7	1.63
7			

$$y = R_0 \cdot \exp(-\log(2) \cdot x / d_{\text{halb}})$$

R₀ = 2.95 0 5

d_{halb} = 77 0 100

R₀: Rate ohne Absorber; d_{halb}: Halbwertsdicke



Die Halbwertsdicke für Aluminium beträgt ca. 77 mm.

Aufgabe 4

Man hätte z. B. auch schauen können, wann sich die Zählrate ungefähr halbiert hat. Man sieht beispielsweise, dass die Zählrate ohne Absorber ca. 3 Zerfälle pro Sekunde beträgt, eine Zählrate von 1,5 Zerfälle pro Sekunde würde sich entsprechend der Ausgleichskurve bei ca. 12 mm ergeben. Diese Halbierung ergibt sich an jeder beliebigen Stelle. Z. B. beträgt die Zählrate bei $d = 5$ mm ca. 2,2 Zerfälle pro Sekunde, im Diagramm findet man die Stelle mit der halben Zählrate von 1,1 Zerfälle pro Sekunde bei ca. 17 mm, also auch wieder nach ca. 12 mm.

Aufgabe 5

Die Halbwertsdicken sind nicht nur vom Material, sondern auch von der Energie der ausgesendeten γ -Quanten abhängig. Beim β -Zerfall von Co-60 entstehen zwei γ -Quanten, eins mit einer Energie von 1,17 MeV und ein anderes mit einer Energie von 1,33 MeV.

Entsprechend der Tabelle für Halbwertsschichtdicken für γ -Strahlung (siehe <https://de.wikipedia.org/wiki/Halbwertsschicht> oder auch beim Experiment V21-3 (<https://tetfolio.fu-berlin.de/tet/997146>)) müsste die Halbwertsdicke für Blei zwischen 8,7 mm und 11,7 mm liegen, die für Aluminium zwischen 48 cm und 59 cm. Die experimentell bestimmten Werte liegen beide leicht über dem Intervall.

Vertiefende Aufgaben

Aufgabe 1

An der Stelle $x = d_{1/2}$ ist die Zählrate noch genau halb so groß wie die Ausgangsrate N_0 . Also gilt:

$$N(d_{1/2}) = \frac{1}{2} N_0 = N_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d_{1/2}}$$

Division durch N_0 ergibt:

$$\frac{1}{2} = e^{-\alpha \cdot d_{1/2}}$$

Durch Logarithmieren und Umformen erhält man den gesuchten Zusammenhang:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{1}{2}\right) &= -\alpha \cdot d_{1/2} \Rightarrow \ln(2) = \alpha \cdot d_{1/2} \\ \Rightarrow \alpha &= \frac{\ln(2)}{d_{1/2}} \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Gesucht sind die Stellen, wo die Zählrate $0,1 \cdot N_0$ (d. h. 90% absorbiert) bzw. $0,01 \cdot N_0$ (d. h. 99% absorbiert) beträgt. Die Halbwertsdicken wurden in Aufgabe 2 bestimmt, für Blei beträgt sie 12 mm, für Aluminium 77 mm.

Berechnung für Blei, 90%:

$$\begin{aligned} N(x) &= 0,1 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{12 \text{ mm}} \cdot x} \\ \Rightarrow 0,1 &= e^{-\frac{\ln(2)}{12 \text{ mm}} \cdot x} \Rightarrow \ln(0,1) = -\frac{\ln(2)}{12 \text{ mm}} \cdot x \end{aligned}$$

Umformen nach x und ausrechnen ergibt $x = 40$ mm.

Analog ergibt sich für

Blei, 99%: $x = 80$ mm

Aluminium, 90%: $x = 256$ mm

Aluminium, 99%: $x = 512 \text{ mm}$

Aufgabe 3

Der oben bereits genannten Tabelle für Halbwertsdicken für γ -Strahlung kann man entnehmen, dass bei Wasser die Halbwertsdicke für eine γ -Strahlung mit einer Energie von 0,5 MeV 72 mm beträgt. Zu berechnen ist also, wie viel der ursprünglichen Strahlung N_0 durch eine Schicht von 2000 mm hindurch kommt:

$$N(2000\text{mm}) = N_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{72 \text{ mm}} \cdot 2000 \text{ mm}} \approx 0,000000004 \cdot N_0$$

D.h. es gelangt die ursprüngliche Strahlung wird nahezu vollständig absorbiert. Dies ist auch einleuchtend, wenn man sich klar macht, dass 2 m = 2000 mm ungefähr 28 Halbwertsdicken entspricht.

Absorption von γ -Strahlung Cs-137

Aufgabe 1

Die Nullrate beträgt ca. 0,3 Zerfälle pro Sekunde bzw. 18 Zerfälle pro Minute.

Aufgabe 2 und 3

Ergebnisse der Aufgaben 2 und 3 Hinweise Anpassung Kurve

Bitte "." bei Dezimalzahlen als Trennzeichen verwenden und Nullrate subtrahieren.

	d in mm	R in 1/s
1	2	3.01
2	4	2.27
3	6	1.75
4	8	1.35
5	10	0.99
6	12	0.74
7	14	0.5
8	16	0.38
9	18	0.27
10		

y=

R_0=

d_half=

R_0: Rate ohne Absorber; d_half: Halbwertsdicke +

Graph

Die Halbwertsdicke beträgt ca. 4,9 mm

Aufgabe 4

Da Cs-137 ein β^- -Strahler ist, würde ohne Bleiplatte neben der γ -Strahlung, die untersucht werden soll, auch noch die β^- -Strahlung gemessen. Durch die erste Bleiplatte tritt fast nur noch die gewünschte γ -Strahlung.

Vertiefende Aufgaben

Aufgabe 1

Linke Abbildung: Dargestellt ist in dem sogenannten γ -Spektrum die Zählrate in Abhängigkeit von der Energie der registrierten γ -Quanten. D.h. es wurden gemessen, wie viele γ -Quanten der jeweiligen Energie von einem Cs-137 Präparat ausgesandt wurden. Besonders auffällig der der hohe Peak bei einer Energie von ca. 660 keV.

Rechte Abbildung: Dieses Schema zeigt, dass Cs-137 durch zwei verschiedene β^- -Zerfälle zerfallen kann. In der Regel (in 94,5% der Fälle) zerfällt es in einer angeregtes Ba-Isotop, welches dann durch Aussendung eines γ -Quants mit einer Energie von 0,6617 MeV in den Grundzustand übergeht.

Deutlich seltener geht das Cs-137 Isotop direkt durch Aussendung eines höherenergetischen β^- -Teilchens in das Ba-Isotop im Grundzustand über.

Beide Diagramme zeigen, dass das Cs-137 Präparat γ -Quanten mit einer Energie von 0,66 MeV aussendet.

Aufgabe 2

Man kann der Tabelle entnehmen, dass die Halbwertsdicke für Blei für γ -Quanten mit einer Energie von 0,66 MeV zwischen 4,92 cm (0,6 MeV) und 6,9 MeV (0,8 MeV) liegen muss. Der Messwert liegt am unteren Ende dieses Intervalls und ist somit etwas zu niedrig.

Ablenkung von β -Strahlung im Magnetfeld

Aufgabe 1

Die Pappe absorbiert die α -Strahlung, der Kollimator sorgt dafür, dass nur ein möglichst dünner Strahl vorliegt.

Aufgabe 2

Die Nullrate beträgt ca. 0,3 Zerfälle pro Sekunde bzw. 18 Zerfälle pro Minute.

Aufgaben 3 bis 5

Ohne Magnetfeld: Man erkennt deutlich, dass die höchste Zählrate unter einem Winkel von 0° , also ohne Ablenkung gemessen wird. Die Messwerte verteilen sich symmetrisch um diesen Peak, da das Strahlenbündel nach außen aufgefächert ist.

Mit Magnetfeld: Man sieht, dass die Kurve (je nach Polung) nach rechts bzw. links verschoben ist. Durch die Lorentzkraft werden die β -Teilchen im Magnetfeld auf eine Kreisbahn gezwungen und somit abgelenkt.

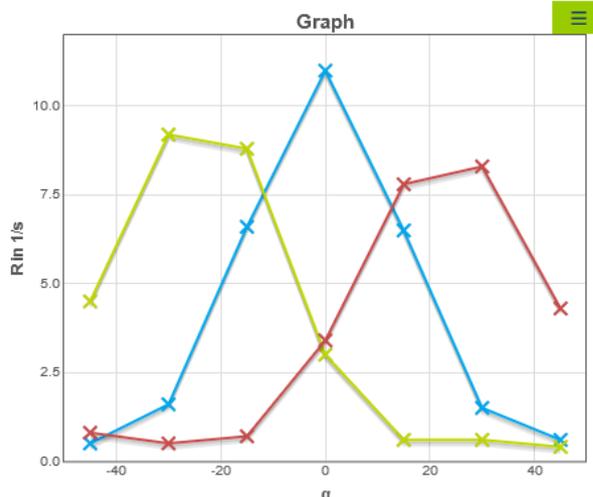
Vertauschung der Polung: Die Lorentzkraft wurde in die andere Richtung wirken und somit würden die Teilchen in die andere Richtung abgelenkt werden. D.h. der Peak würde in die Richtung verschoben werden.

Wird der Magnet so eingesetzt, dass das Feld nach oben zeigt (kleiner roter Punkt ist sichtbar), werden die β -Teilchen entsprechend der Drei-Finger-Regel der linken Hand nach links (in Richtung der positiven Gradzahlen) abgelenkt (roter Graph). Bei umgekehrter Polung werden sie in die andere Richtung abgelenkt (grüner Graph)

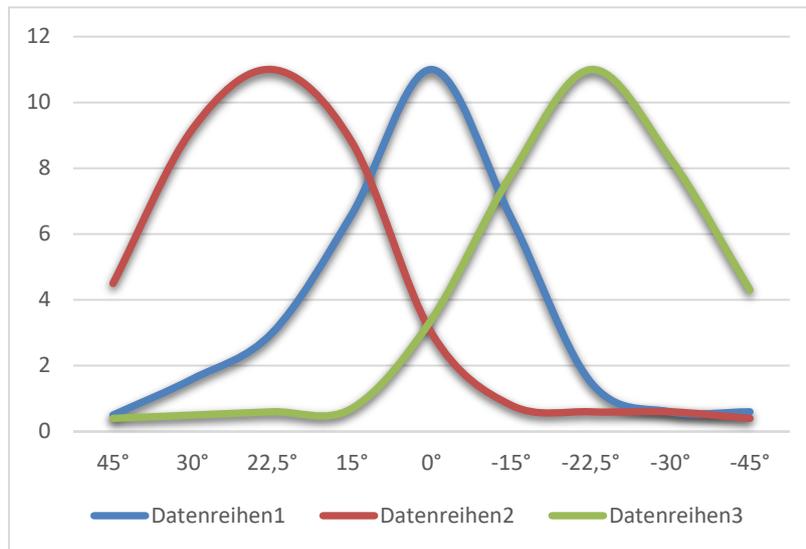
Ergebnisse der Aufgaben 3 und 5

Bitte "." bei Dezimalzahlen als Trennzeichen verwenden und Nullrate subtrahieren.

	α in $^\circ$	$R_{\text{ohne B-Feld}}$ in 1/s	R_{Polung1} in 1/s	R_{Polung2} in 1/s
1	-45	0.5	4.5	0.8
2	-30	1.6	9.2	0.5
3	-15	6.6	8.8	0.7
4	0	11	3	3.4
5	15	6.5	0.6	7.8
6	30	1.5	0.6	8.3
7	45	0.6	0.4	4.3
8				



Hinweis zur Darstellung: Das Diagramm auf der tet.folio-Seite ist unglücklich. Verbindet man die Punkte nicht, ist kaum etwas zu erkennen, verbindet man sie, so ergibt sich eine Kurve, die nicht korrekt ist, da der Peak mit Magnetfeld zwischen zwei Messwerten liegt. Besser wäre folgende Darstellung:



Vertiefende Aufgaben

Aufgabe 1

Wenn der Abstand der Magneten verringert würde, würde die Stärke des Magnetfelds steigen. Hierdurch würde auch der Betrag der Lorentzkraft, die auf die β^- -Teilchen wirkt größer und somit würden die β^- -Teilchen stärker abgelenkt. D. h. die Peaks würden sich weiter nach außen verschieben,

Aufgabe 2

Da die α -Teilchen in Luft nur eine sehr geringe Reichweite haben, würden sie die Strecke vom Strahler durch den Magneten bis zum Detektor vermutlich nicht schaffen.

Aufgabe 3

Die Lorentzkraft hängt von der Ladung und der Geschwindigkeit des bewegten Teilchens ab. Die Zentralkraft von der Masse und der Geschwindigkeit des Teilchens, das auf die Kreisbahn gezwungen wird. Diese Größen unterscheiden sich beim α - und β^- -Teilchen.

Um leichter beurteilen zu können, welchen Einfluss die Größen haben, wird zunächst die Formel für den Bahnradius hergeleitet. Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft, also gilt:

$$F_L = F_Z \Leftrightarrow q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Umformen nach r ergibt:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Ein β^- -Teilchen ist ca. 20mal so schnell wie ein α -Teilchen, ein Alpha-Teilchen hat eine doppelt so große Ladung wie ein β^- -Teilchen und seine Masse ist ca. 3500mal größer als die eines β^- -Teilchens.

Somit ist der Radius eines α -Teilchens deutlich größer als der eines β^- -Teilchens, d.h. die α -Teilchen würden deutlich weniger abgelenkt.

Aufgabe 4

Anhand des Diagramms kann man abschätzen, dass die maximale Intensität ungefähr unter einem Winkel von 25° auftreten würde.

Mit Hilfe der GeoGebra-Datei kann der dazugehörige Radius der Kreisbahn abgeschätzt werden, er beträgt ca. 4,3cm.

Das Magnetfeld ist nicht wirklich homogen, man könnte mit Hilfe des IBE als Mittelwert ca. 40 mT abschätzen.

Aus der bei Aufgabe 3 hergeleiteten Formel $r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$ ergibt sich:

$$v = \frac{q \cdot B \cdot r}{m}$$

Mit $r = 0,043 \text{ m}$, $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $B = 0,04 \text{ T}$ und $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ erhält man für v :

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,04 \text{ T} \cdot 0,043 \text{ m}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \approx 3,02 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Das Messergebnis liegt über der Lichtgeschwindigkeit, ist also zu groß. Mit Blick auf die Messgenauigkeit des Radius und des B-Felds ist es aber insgesamt erstaunlich gut.

Um ein genaueres Spektrum zu erhalten wären mindestens die folgenden Veränderungen sinnvoll bzw. notwendig:

1. Die Anzahl der Messwerte müsste deutlich erhöht werden.
2. Die Homogenität des B-Felds müsste erhöht werden (z. B. durch ein größeres B-Feld)
3. Es wäre sinnvoll, den Detektor in Richtung des Mittelpunkts des B-Felds auszurichten. Bei der in der Versuchsanordnung gewählt Ausrichtung fliegen die β^- -Teilchen bei größeren Winkeln nur an den Rand des Eintrittsfensters
4. Der β^- -Strahl sollte fokussiert werden (geringere Aufweitung ohne B-Feld)

Wechselwirkung mit Materie (1)

Alpha-, Beta- und Neutronenstrahlung sowie Schwerionenstrahlung

Aufgabe 1

Alphastrahlung: hauptsächlich durch Ionisation und elektronische Anregung der Atome mit Materie.

Betastrahlung: können ebenfalls Atome ionisieren und anregen, außerdem Ablenkung Ferner in den elektrischen Feldern eines Atomkerns oder auch der Schalelektronen.

Neutronenstrahlung: Kollisionen mit den ebenfalls über die starke Wechselwirkung interagierenden Atomkernen.

Schwerionenstrahlung: Ionisation durchstrahlter Materie.

Aufgabe 2

Teilchenstrahlung gibt ihre Energie entsprechend der oben beschriebenen Wechselwirkungsprozesse schrittweise ab und können auf ihrem Weg durch einen Absorber mehrere Ionisationsereignisse auslösen. Nach einer bestimmten Wegstrecke haben die Teilchen durch mehrere Ionisationsereignisse ihre gesamte Energie abgegeben. Aus diesem Grund hat Teilchenstrahlung eine energieabhängige, feste Reichweite in Materie.

Aufgabe 3

Teilchenstrahlung (d.h. Teilchen mit Ruhemasse) hat eine energieabhängige, feste Reichweite in Materie, während elektromagnetische Strahlung (bzw. Teilchen ohne Ruhemasse) eine exponentiell abfallende Intensität je nach Absorberdicke aufweist.

Wechselwirkung mit Materie (2)

Gammastrahlung

Aufgabe 1

Photoeffekt bzw. Photoionisation: Ein Lichtquant schlägt ein Elektron aus der Hülle eines Atoms oder Moleküls. Das Photon wird dabei vollständig absorbiert, seine Energie verteilt sich auf die notwendige und materialabhängige Auslösearbeit und die kinetische Energie des Elektrons, nachdem es die Hülle verlassen hat.

Paarbildung: Trifft ein Photon auf das elektrische Feld eines Atomkerns, kann ein Teilchen-Antiteilchenpaar entstehen. Die Energie des Photons muss dazu mindestens der Ruheenergie des Teilchenpaares entsprechen.

Kernphotoeffekt: Durch Absorption eines Photons können Neutronen oder Protonen aus einem Atomkern ausgelöst werden, welche bei ausreichend kinetischer Energie entsprechende Sekundärwechselwirkungen mit anderen Atomen eingehen können.

Compton-Effekt: Ein Gammaquant trifft ein schwach gebundenes, d. h. quasifreies Elektron aus der äußeren Hülle eines Atoms oder Moleküls. Es findet ein inelastischer Stoß statt, d. h. das Photon gibt einen Teil seiner Energie an das Elektron ab und wird an diesem gestreut. Das Elektron verlässt die Hülle, d. h. das Atom wird ionisiert. Der Energieübertrag auf das Elektron und somit die Wellenlängenänderung des Photons sind stoßwinkelabhängig.

Aufgabe 2

Co-60: Beim Zerfall entstehen γ -Quanten mit einer Energie von 1,17 MeV bzw. 1,33 MeV. Bei γ -Quanten dieser Energie tritt am häufigsten der Compton-Effekt auf.

Cs-137: Beim Zerfall entstehen γ -Quanten mit einer Energie von 0,66 MeV. Bei γ -Quanten dieser Energie tritt ebenfalls am häufigsten der Compton-Effekt auf, aber auch der Photoeffekt in einem deutlich größeren Maße als bei Co-60.

Co-60: Beim Zerfall entstehen γ -Quanten mit einer Energie von 1,17 MeV bzw. 1,33 MeV. Bei γ -Quanten dieser Energie tritt am häufigsten der Compton-Effekt auf.

Aufgabe 3

- Alle Isotope, bei denen γ -Strahlung mit einer Energie mit weniger als 0,4 MeV entsteht, z. B. Th-226
- Alle Isotope, bei denen γ -Strahlung mit einer Energie zwischen 0,6 MeV und 1,1 MeV entsteht, z. B. Co-60
- Die Kurven des Comptoneffekts und der Photoionisation schneiden sich bei ca. 0,45 MeV, d. h. bei dieser Energie treten beide Effekte zu gleichen Anteilen auf, z. B. bei Rn-208.
- Alle Isotope, bei denen γ -Strahlung mit einer Energie mit mehr als 1,05 MeV entsteht, z. B. Tl-208.

Aufgabe 4

Bei der Paarbildung entstehen zwei Teilchen mit der Ruheenergie von jeweils 0,511 MeV, d. h. diese Energie muss mindestens vorhanden sein.

Biologische Strahlenwirkung

Das Video bzw. der Zeitungsartikel sollten mindestens Informationen zu den folgenden Punkten umfassen:

- Verschiedene Arten der Strahlenschäden
- Auswirkungen der unterschiedlichen Strahlendosen
- Abhängigkeit der Strahlenwirkung von der Strahlungsart
- Veränderung des Erbmaterials durch Strahlung

Exkurs: Experimentiere selbst – Absorption von Licht

Aufgabe 1

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Abnahme beim ersten Papier deutlich größer ist als bei den restlichen Papieren. Mit diesem ersten Messwert ist eine sinnvolle Anpassung nicht möglich

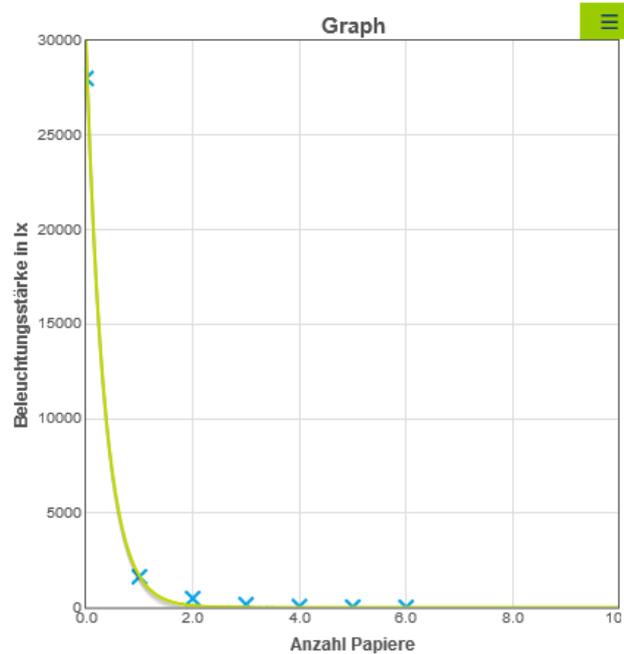
Bitte "." bei Dezimalzahlen als Trennzeichen verwenden und Nullrate subtrahieren.

	Anz. Papiere	E_V in lx
1	0	28000
2	1	1620
3	2	473
4	3	150
5	4	50
6	5	17
7	6	5
8		
9		
10		

$$y = R_0 \cdot \exp(-\log(2) \cdot x / d_{\text{halb}})$$

$R_0 = 30000$ 0 100

$d_{\text{halb}} = 0.24$ 0 1



Wenn man den ersten Wert bei der Auswertung nicht berücksichtigt, ergibt sich ein Verlauf, der sich sehr gut mit einer Exponentialfunktion zusammenfassen lässt:

Platz für Ihre Ergebnisse

Hinweise Anpassung Kurve

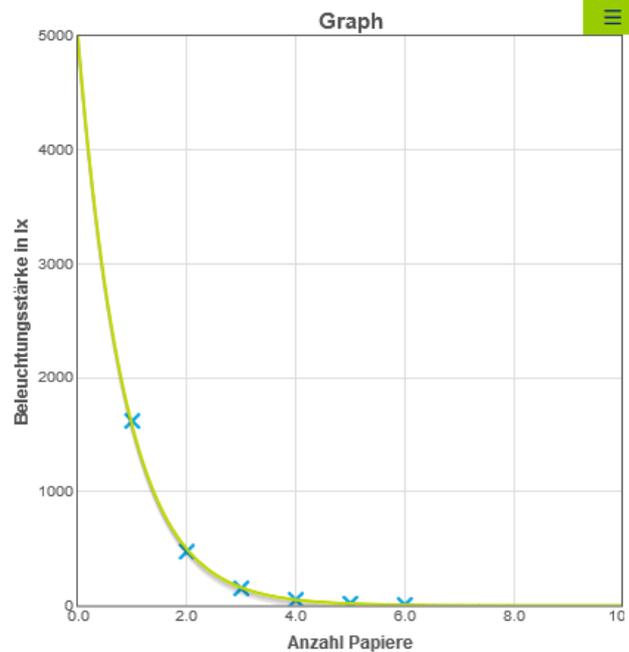
Bitte "." bei Dezimalzahlen als Trennzeichen verwenden und Nullrate subtrahieren.

	Anz. Papiere	Ev in lx
1	0	
2	1	1620
3	2	473
4	3	150
5	4	50
6	5	17
7	6	5
8		
9		
10		

$$y = R_0 \cdot \exp(-\log(2) \cdot x / d_{\text{halb}})$$

R_0 = 5000 0 10000

d_half = 0.6 0 1



Aufgabe 3

Die Messwerte lassen sich durch die Gleichung $E_v(x) = E_{v,0} \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{d_{1/2}} \cdot x}$ mit x als Anzahl der Papiere darstellen. Für $x = 1$ (ein Blatt Papier) ergibt sich:

$$E_v(1) = E_{v,0} \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{0,6} \cdot 1} \approx 0,31 \cdot E_{v,0}$$

D. h. ca. 31,5% des Lichts kommt durch ein Blatt Papier, also werden ungefähr 68,5% absorbiert.

Vertiefende Aufgaben

Aufgabe 1

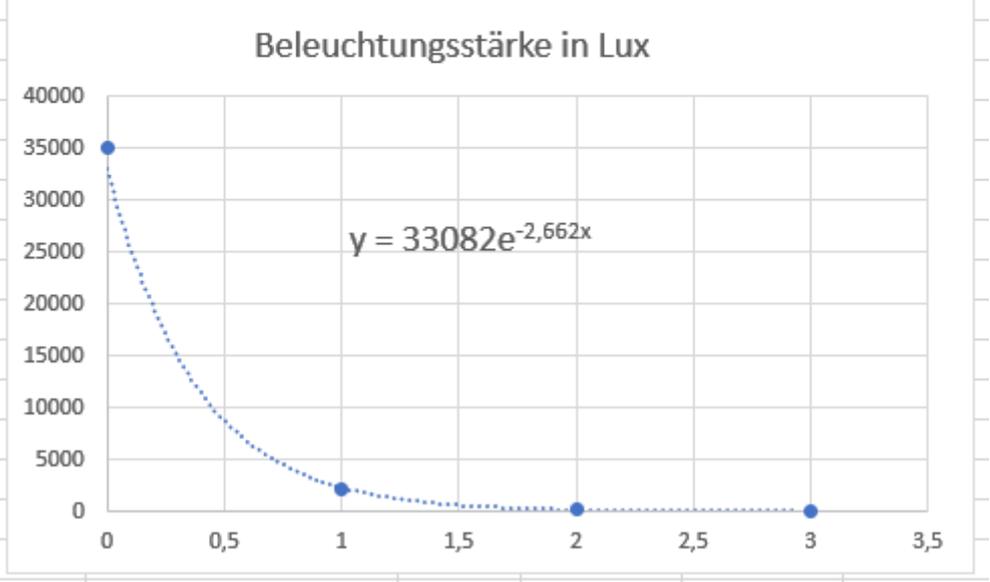
Bei dem ersten Blatt finden zwei Phänomene statt: Das Licht wird an der Oberfläche gestreut und der Rest beim Durchgang durch das Papier zum Teil absorbiert. Da die folgenden Blätter direkt übereinandergelegt werden, tritt das Phänomen der Streuung bei den folgenden Blättern nicht mehr auf.

Aufgabe 2

Zur Überprüfung könnte ein Experiment entwickelt werden, bei dem die Streuung bei jedem Blatt auftritt. Dies wäre der Fall, wenn die Blätter mit etwas Abstand zueinander über dem Lichtsensor angebracht werden.

Die folgende Messung bestätigt die aufgestellte Hypothese.

Mit Abstand zwischen den Papieren		
Anzahl	Beleuchtungsstärke in Lu	Restlicht
0	35000	
1	2200	6%
2	150	7%
3	12	8%



Mathematische Grundlagen zum Zerfallsgesetz

Aufgabe 1

Jedes Aktivitätsereignis resultiert aus einem Kernzerfall. Jeder Zerfall ist eine Änderung der Kernanzahl bzw. Stoffmenge N über die Zeit, also $-dN(t)/dt$. Diese Änderung ist negativ, weil die Stoffmenge abnimmt.

Aufgabe 2

Durch Ableiten der Gleichung ergibt sich die Lösung:

$$\begin{aligned}\frac{d(N_0 \cdot e^{-\lambda t})}{dt} &= -\lambda \cdot N(t) \\ \Leftrightarrow -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} &= -\lambda \cdot N(t) \\ \Leftrightarrow -\lambda \cdot N(t) &= -\lambda \cdot N(t)\end{aligned}$$

Aufgabe 3

Die Formel für die Halbwertszeit lässt sich herleiten, wenn man in die Zerfallsgleichung $T_{1/2}$ einsetzt:

$$\begin{aligned}N(t) &= N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \Rightarrow N(T_{1/2}) &= N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot N_0 &= N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} &= e^{-\lambda T_{1/2}} \\ \Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) &= -\lambda \cdot T_{1/2} \\ \Leftrightarrow \ln(2) &= \lambda \cdot T_{1/2} \\ \Leftrightarrow \frac{\ln(2)}{\lambda} &= T_{1/2}\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Die alternative Darstellung der Zerfallsgleichung lässt sich durch Ersetzung der Zerfallskonstante durch den Ausdruck mit $T_{1/2}$ und anschließenden Umformungen herleiten:

$$\begin{aligned}N(t) &= N_0 \cdot e^{-\lambda t} \\ \Leftrightarrow N(t) &= N_0 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{T_{1/2}} t} \\ \Leftrightarrow N(t) &= N_0 \cdot e^{-\ln(2) \frac{t}{T_{1/2}}} \\ \Leftrightarrow N(t) &= N_0 \cdot \left(e^{-\ln(2)}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \\ \Leftrightarrow N(t) &= N_0 \cdot \left(\frac{1}{e^{\ln(2)}}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} \\ \Leftrightarrow N(t) &= N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}}\end{aligned}$$

Der radioaktive Zerfall als stochastischer Prozess - Würfelspiel

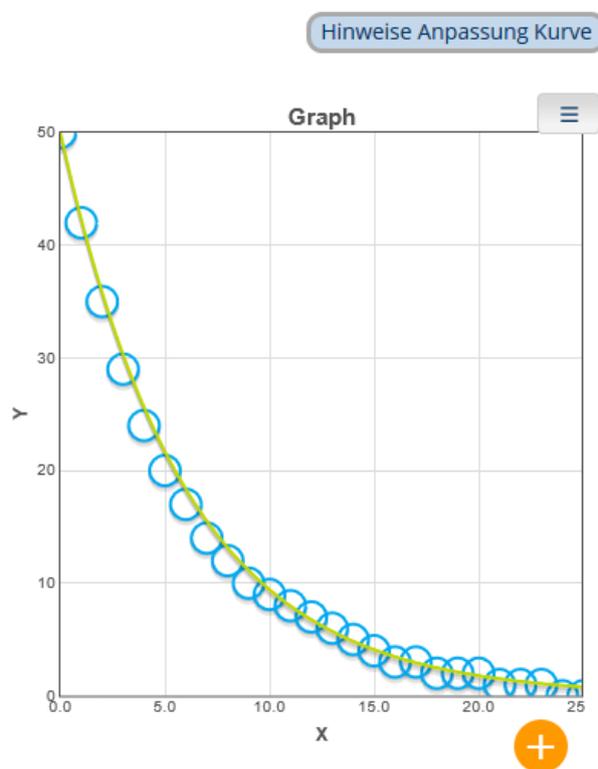
Aufgabe 1

Der Parameter t_{halb} ist die Zahl der Würfe, nach der sich die Zahl der Würfel halbiert hat. Er entspricht der Halbwertszeit beim radioaktiven Zerfall und beträgt hier 4,15 bzw. ganzzahlig 4 Würfe.

Wurf Nr.	Anzahl Würfel
0	50
1	42
2	35
3	29
4	24
5	20
6	17
7	14
8	12
9	10
10	9
11	8
12	7
13	6

$$y = 50 \cdot \exp(-\log(2) \cdot x / t_{\text{halb}})$$

$t_{\text{halb}} = 4.15$



Aufgabe 2

Die Würfel sind die Kerne; die Würfel, welche die Zahl 6 zeigen, zerfallen; jeder Würfelschritt ist ein Zeitintervall.

Die Würfelsimulation betrachtet nur quantisierte Zeitintervalle, während in der Realität die Zeit – in makroskopischen Skalen – kontinuierlich abläuft. Die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall beträgt immer $1/6$, während in der Realität verschiedene Nuklide unterschiedliche Zerfallswahrscheinlichkeiten bzw. Halbwertszeiten aufweisen. In der Simulation werden zerfallene Kerne aus dem Spiel genommen, in der Realität können die entstehenden Tochternuklide ggf. noch weiter zerfallen.

Aufgabe 3

Die „Würfelerne“ zerfallen nicht nur bei einer 6, sondern noch bei einer anderen, vorher festgelegten Zahl. So halbiert sich die Halbwertszeit.

Der radioaktive Zerfall als stochastischer Prozess - Tabellenkalkulation

Aufgabe 1

In jeder Iteration bzw. Zeitschritt wird per Zufallsgenerator mit 10%iger Wahrscheinlichkeit bestimmt, ob ein Kern zerfällt (Zerfallswahrscheinlichkeit 0,1 pro Zeitschritt). Jede der 50 Zeilen ist ein Kern, jede der 1000 Spalten ein Zeitschritt. Solange ein Kern (Zeile) in einem Zeitschritt (Spalte) nicht per Zufall zerfallen ist, wird das entsprechende Feld grün gefärbt. Wenn ein Kern per Zufall zerfällt, wird das Feld weiß gefärbt, wie auch in den folgenden Zeitschritten die Felder in dieser Zeile.

Aufgabe 2

Eine Zerfallswahrscheinlichkeit von 0,1 pro Zeitschritt Δt bedeutet eine Halbwertszeit von ca. 7 Zeitschritten.

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{\ln(2)}{0,1 \Delta t^{-1}} \approx 7\Delta t$$

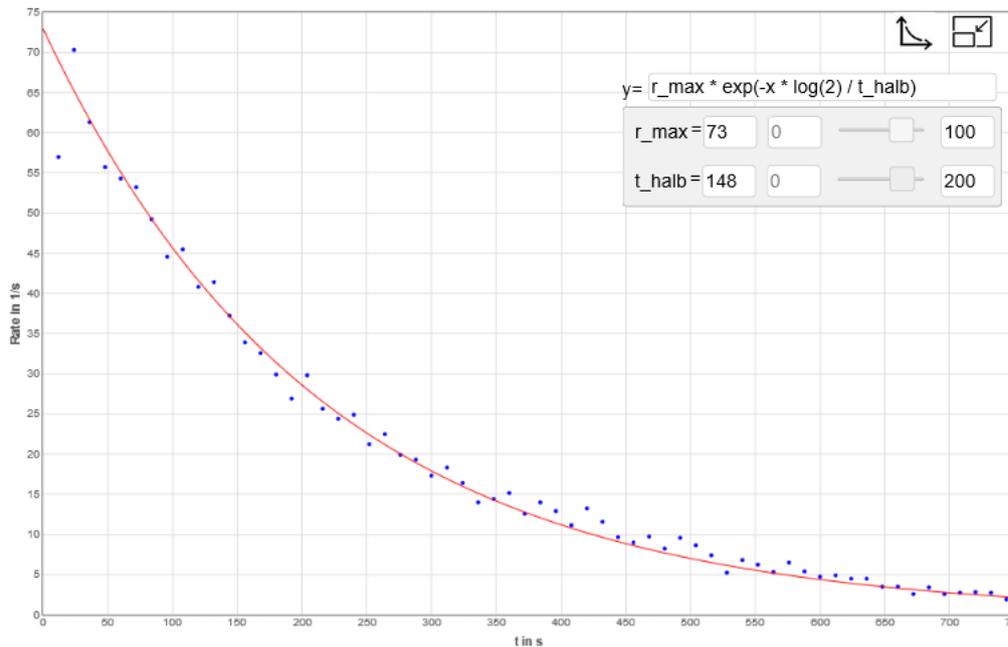
Experimentelle Bestimmung der Halbwertszeit von Ba-137m

Aufgabe 1

Im Isotopengenerator zerfällt das Mutternuklid Cs-137 in Ba-137. Letzteres kann über eine spezielle Elutionsflüssigkeit, welche hauptsächlich das Barium bindet, aus dem Mutter-Tochter-Nuklidgemisch ausgewaschen werden. So erhält man in der Lösung fast ausschließlich das Tochternuklid. Dieses liegt zu 95% in einem metastabilen Zustand vor, dessen Abregung durch γ -Emission man beobachten möchte. Cs-137 ist vergleichsweise langlebig, daher wird über lange Zeit Ba-137 nachgebildet, welches eluiert und untersucht werden kann.

Aufgabe 2

Die Halbwertszeit beträgt ca. 150 s.



Aufgabe 3

Die Halbwertszeit kann auch direkt aus dem Graphen abgelesen werden, indem man das Zeitintervall bestimmt, in dem die Zählrate von einem bestimmten Wert auf die Hälfte gefallen ist. In den ersten 150 s fällt die Zählrate von ca. 72 1/s auf 36 1/s und in den nächsten 150 s auf ca. 18 1/s.

Aufgabe 4

Der in der Anleitung angegebene Wert der Halbwertszeit beträgt 2,6 min - also ca. 156 s - die Abweichung von der Messung oben beträgt daher unter 4 %.

Aufgabe 5

Grundsätzlich ist die Halbwertszeit eine stochastische Größe, deren Erwartungswert nur durch viele Messungen ermittelt werden kann. Ferner könnte die Verunreinigung des Eluats durch Cs-137 schwanken.

Der vielstufige Zerfall von Rn-222 - das Experiment

Aufgabe 1

Die Strahler mit den Halbwertszeiten (Unsicherheiten der Daten sind nicht ausgewiesen):

α -Strahler: Rn-222 ($T_{1/2} = 3,8215$ d), Po-218 ($T_{1/2} = 3,101$ min), Po-214 ($T_{1/2} = 164,320$ μ s), Po-210 ($T_{1/2} = 138,376$ d)

β -Strahler: Pb-214 ($T_{1/2} = 27,06$ min), Bi-214 ($T_{1/2} = 19,94$ min), Pb-210 ($T_{1/2} = 22,322$ a), Bi-210 ($T_{1/2} = 5,012$ d)

Po-214 \rightarrow Pb-210 + He-4

Pb-210 \rightarrow Bi-210 + e^- + $\bar{\nu}_e$

Aufgabe 2

Pb-210 hat mit 22,3 a eine deutlich längere Halbwertszeit als seine Mutternuklide. D.h. unter den gemessenen Zerfällen werden nur sehr wenige von Pb-210 stammen. Dies gilt auch für seine Tochternuklide, die aufgrund der langen Halbwertszeit von Pb-210 nur in sehr geringer Menge entstehen.

Aufgabe 3

Po-218 hat im Vergleich zu den Tochternukliden eine kurze Halbwertszeit. Bei langen Auflade- und Messzeiten hat es vor allem im späteren Verlauf nur einen geringen Einfluss auf die Gestalt der Messkurve.

Aufgabe 4

Da bei kurzer „Aufladezeit“ sich weniger radioaktives Material angesammelt hat, ist die Anfangszählrate niedriger. Der spätere Kurvenverlauf bei der kurzen „Aufladezeit“ ist flacher (bzw. die Messwerte bleiben vergleichsweise hoch), da zu Beginn noch der Zerfall von Po-218 die Messwerte beeinflusst und später das Gemisch der langlebigeren Isotope Pb-214 und Bi-214 und des schnell zerfallenden Tochternuklids Po-214.

Aufgabe 5

In beiden Fällen ist die Zählrate in ca. 50 min auf die Hälfte gesunken. Dies ist nicht die Halbwertszeit eines Isotops, da es sich um ein Gemisch radioaktiver Isotope handelt.

Aufgabe 6

Die höchste Zählrate beträgt ca. das Zwölfwache der Nullrate, was noch kein signifikanter Grund zur Sorge ist, da die Nullrate sowieso regional stark schwankt. Allerdings sollte man die Inkorporation der radioaktiven Isotope vermeiden, um empfindliche innere Gewebe nicht der Strahlung auszusetzen und auch weil diese Elemente giftig sind. Daher sollte man sich nach Berührung des Ballons die Hände waschen.

Aufgabe 7

Vor allem der α -Strahler Po-214 könnte aufgrund seiner sehr kurzen Halbwertszeit und damit hohen Aktivität (und der Giftigkeit von Polonium) problematisch sein.

Der vielstufige Zerfall von Rn-222 - die Modellierung

Aufgabe 1

Sobald Bi-214 zerfällt, zerfällt das Tochternuklid Po-214 aufgrund seiner kurzen Halbwertszeit praktisch instantan weiter, d.h. der Zerfall des Mutternuklids kann vereinfachend doppelt gezählt werden.

Aufgabe 2

Der Zerfall des Tochternuklids wurde doppelt berücksichtigt, da in der Tabelle gilt:

$$A_{\text{ges}} = A_{\text{Mutter}} + 2 \cdot A_{\text{TS1}}$$

Aufgabe 3

Bei Anzahl $T = 0$ und $n = 1$ (ansonsten Standardeinstellungen) steigt die Gesamtaktivität zu Beginn.

Aufgabe 4

Die Abnahme der Aktivität der Muttersubstanz folgt einer einfachen exponentiellen Abnahme, daher ist diese Kurve in halblogarithmischer Darstellung linear. Die Kurve der Tochtersubstanz zeigt keinen einfachen exponentiellen bzw. in halblogarithmischer Darstellung linearen Verlauf, da sie durch den Zerfall des Mutternuklids nachgeliefert wird. Die Gesamtaktivität ist die Summe aus den ersten beiden Kurven, daher kann auch diese keinen rein linearen Verlauf in halblogarithmischer Darstellung aufweisen.

Aufgabe 5

Wenn nur noch eine geringe Menge des Mutternuklids vorhanden ist (oder gar nichts mehr), ist der Beitrag seiner Aktivität gering und es entsteht kaum noch neues Tochternuklid. Dann handelt es sich - ggf. annähernd - um einen einfachen exponentiellen Zerfall mit linearem Verlauf in halblogarithmischer Darstellung.

Beim radioaktiven Gleichgewicht zerfällt das Tochternuklid mit der gleichen Geschwindigkeit wie das Mutternuklid, d.h. die Aktivitäten von Mutter- und Tochternuklid sind gleich. D.h. die Steigung der Graphen – auch in halblogarithmischer Darstellung – sind gleich, d.h. in halblogarithmischer Darstellung laufen sie als Geraden parallel.

Aufgabe 6

Die Aktivität der Muttersubstanz ist nach 120 min noch ein wenig kleiner als Zufuhr, d.h. bei einer längeren „Aufladezeit“ wäre noch mehr Mutternuklid auf dem Ballon abgelagert worden. Dies ist auch im Graphen sichtbar, der noch nicht gegen einen Endwert konvergiert ist.

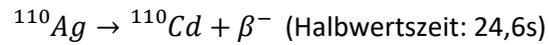
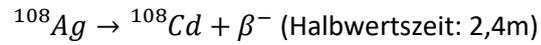
Die optimale „Aufladezeit“ ist 203 min, da dann kurzzeitig die Zerfallsrate der Muttersubstanz so groß ist wie ihre Zufuhr.

Aufgabe 7

Da die Halbwertszeit der Tochtersubstanz kleiner ist als die der Muttersubstanz, übersteigt bei ausreichend langer Zufuhr, also Aufrechterhaltung der maximalen Menge der Mutternuklids die Aktivität des entsprechend akkumulierten Tochternuklids die des Mutternuklids.

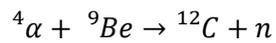
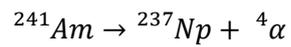
Zerfall des Gemisches von Ag-108 und Ag-110

Umwandlungsgleichungen

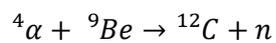
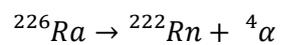


Erzeugung der Neutronen

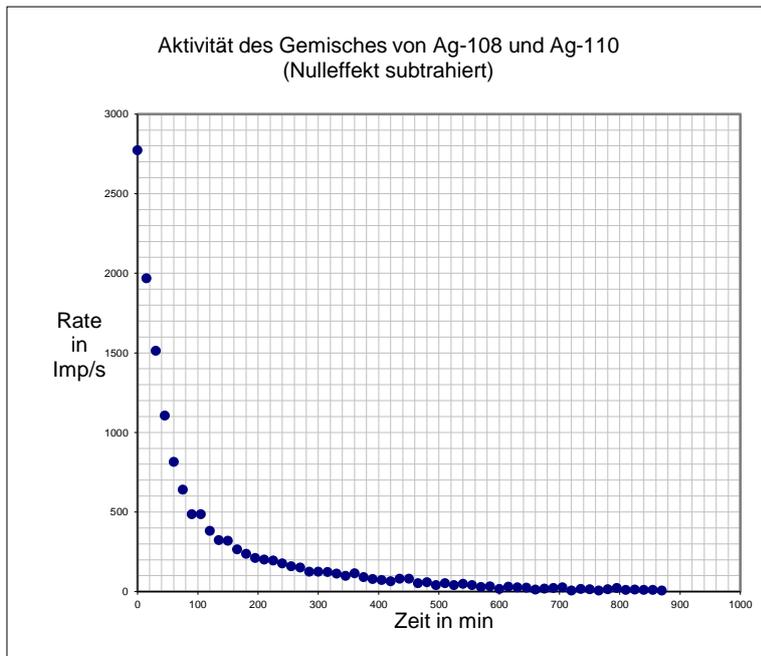
Am-Be-Neutronenquelle



Ra-Be-Neutronenquelle



Excel-Auswertung

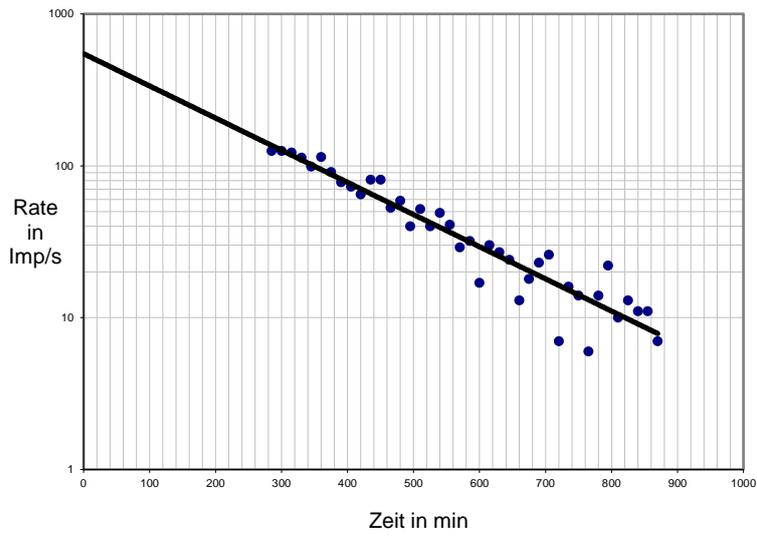


Auswertung erst nach 300s, weil das kurzlebige Isotop dann schon nahezu vollständig zerfallen ist.

Alle weiteren Auswertungsschritte ergeben sich durch jeweilige Bearbeitung der vorgegebenen Excel-Dateien.

$$y = 546,38e^{-0,005x}$$

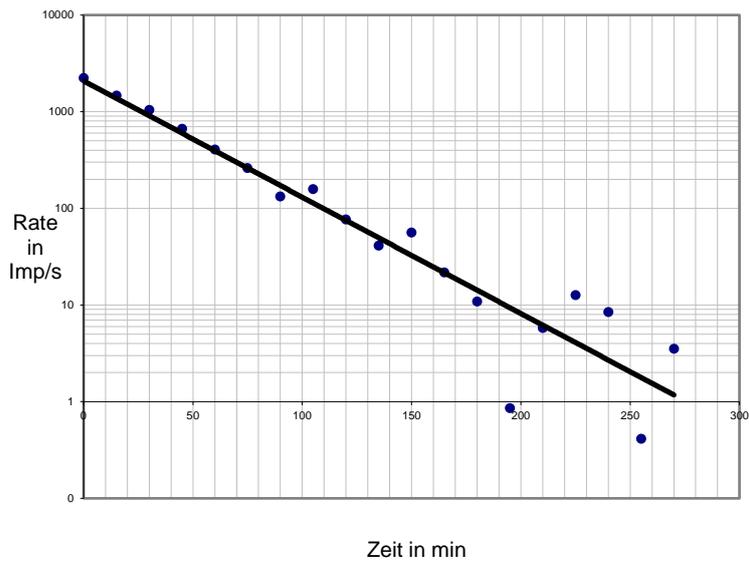
Aktivität des späten Ag-108



$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 142,2s$$

$$y = 2085e^{-0,028x}$$

Aktivität des Ag-110



$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = 25,0s$$

Zerfall des Gemisches von Pb-214, Pb-212 und Pb-211

Halbwertszeiten der Radon-Isotope

$$T_{\frac{1}{2}}(\text{Rn} - 222) = 3,824d$$

$$T_{\frac{1}{2}}(\text{Rn} - 220) = 55,6s$$

$$T_{\frac{1}{2}}(\text{Rn} - 219) = 3,96s$$

Häufigkeit von Rn-222

Rn-222 ist Bestandteil der U-238-Zerfallsreihe mit der deutlich längsten Halbwertszeit und daher häufiger als die anderen Isotope aus den anderen Zerfallsreihen.

Negativer Hochspannungsdraht

Die Zerfallsprodukte verlieren auf Grund des Zerfalls Hüllelektronen so dass sie positiv geladen sind.

Halbwertszeiten

$$T_{\frac{1}{2}}(\text{Pb} - 212) = 10,7h$$

$$T_{\frac{1}{2}}(\text{Pb} - 214) = 0,5h$$

Alle weiteren Lösungen ergeben sich aus den vorgegebenen Excel-Dateien

Vorwiderstand

$$U=5000V$$

typische Widerstand eines menschlichen Körpers: $R=500\Omega$

$$I = \frac{U}{R} = 10A$$

Mit Vorwiderstand: $R=5 \cdot 10^7\Omega$

$$I = \frac{U}{R} = 0,1mA$$

Exkurs - Häufigkeitsverteilung beim radioaktiven Zerfall

Die Lösungen ergeben sich durch Bearbeitung der vorgegebenen Excel-Dateien.