

Lösungen zu den tet.folio-Aufgaben Röntgenröhre

Die nachfolgenden Lösungen richten sich in erster Linie an Lehrkräfte. Es sind daher nicht in allen Fällen ausführliche Lösungen angegeben.

• Das Röntgengerät

Antwortbox 1:

U_A : Anodenspannung, Beschleunigungsspannung

U_H : Heizspannung (für Regelung der Anodenstromstärke)

A: Anode

K: Kathode

Drehkristall: Analysekristall zur Spektrenaufnahme

Linien im Drehkristall: (relevante) Gitternetzebenen des Kristalls

GMZ: Geiger-Müller-Zählrohr, Detektor

Winkelangabe delta: Glanzwinkel des Analysekristalls

Antwortbox 2:

0 bis 35 kV

Antwortbox 3:

Die Anodenstromstärke ist das Maß für die Strahlintensität, angedeutet durch mehr oder weniger intensive Farbdarstellung.

Man realisiert unterschiedliche Anodenstromstärken durch eine unterschiedliche Stromstärke für die Heizung der Kathode, die sich aus einer gesondert einstellbaren Heizspannung U_K der Kathode ergibt.

Antwortbox 4:

Die (optisch wahrnehmbaren) Farben sollen in Analogie zum sichtbaren Licht die unterschiedliche Energie der Röntgenphotonen darstellen: von rot als energieärmerer Strahlung bis blau als energiereicherer Strahlung.

• Schattenprojektion beim Röntgengerät

Antwortbox 1:

Verschiebung nach rechts: kleineres Bild, aber schärfer

Ursache: Strahlenoptik... Schattenwurf bei nicht punktförmiger Lichtquelle... Abbildung ohne Linse

Antwortbox 2:

1. Flachbatterie: 3 Zellen, Reihenschaltung

2. Drehspulinstrument: Magnet, Anker, Spule, ...

Antwortbox 3:

Das Überraschungsei enthält einen kleinen Rennwagen.

Die Holzbox enthält unterschiedliche und relativ kleine Gewichtsstücke (Wägesatz).

Antwortbox 4:

Beim Eintritt in den Metallzylinder der eigentlichen Detektorkammer im GMZ wird bereits ein großer Anteil der auftreffenden Röntgenstrahlung absorbiert. Beim Austritt wird dann nochmals ein großer Anteil der verbleibenden Strahlung absorbiert, sodass nur sehr wenig Strahlung auf dem Beobachtungsschirm auftritt, was diesen bereits auf dem Beobachtungsschirm sehr dunkel erscheinen lässt. Wenn im Inneren des Zählrohrs ein Teil der Strahlung zusätzlich auf den Draht trifft, kommt in der weiteren Richtung so gut wie überhaupt keine Strahlung mehr am Beobachtungsschirm an.

Antwortbox 5:

Je dicker die (mit Kreidestaub gefüllten) Küvettenkammern sind, desto mehr wird die Röntgenstrahlung absorbiert, was sich in einem immer dunkler werdenden Bild bemerkbar macht.

• Ionisierende Wirkung von Röntgenstrahlung

Antwortbox 1:

Beobachtung:

Der Ausschlag des Elektroskops geht erst zurück und nimmt danach wieder zu.

Antwortbox 2:

Das mit dem Kunststoffstab aufgeladene Elektroskop entlädt sich bei Berührung mit dem offensichtlich anders geladenen Glasstab zunächst wieder und wird danach vom Glasstab in anderer Polarität aufgeladen. Wenn der Glasstab mit gleicher Polarität aufgeladen wäre, nähme der Ausschlag des Elektroskops nicht zwischendurch auf Null ab.

Antwortbox 3:

Beobachtung:

Das Elektroskop entlädt sich relativ schnell, jedenfalls viel schneller, als wenn die Röntgenröhre nicht eingeschaltet worden wäre.

Begründung:

Bei anfangs positiver Ladung auf dem Elektroskop: Röntgenstrahlen ionisieren die Luft, es sind also hinreichend negative Ionen oder Elektronen vorhanden, die das positiv vorgeladene Elektroskop zur Entladung bringen.

Bei anfangs negativer Ladung auf dem Elektroskop: Röntgenstrahlen ionisieren die Luft, es sind also hinreichend positive Ionen vorhanden, die das negativ vorgeladene Elektroskop zur Entladung bringen.

• **Absorption von Röntgenstrahlung durch Wasser**

Antwortbox 1:

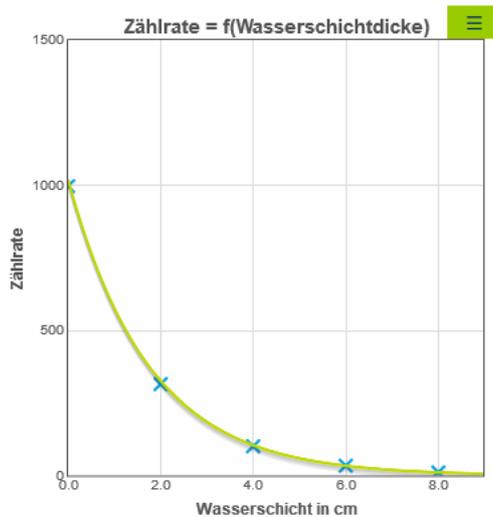
Hier ein Foto der Lösung:

$U_A = 27 \text{ kV}$

	Wasserschicht in cm	R in 1/s
1	0	997
2	2	315
3	4	101
4	6	34
5	8	11
6	10	8
7		

$U_A = 36 \text{ kV}$

	Wasserschicht in cm	R in 1/s
1	0	2088
2	2	1032
3	4	440
4	6	206
5	8	97
6	10	44
7		



Antwortbox 2:

Hier ein Foto der Lösung:

$y = a \cdot \exp(-c \cdot x)$

a = 1020 0 1500

c = 0.57 0 1

$y = a \cdot \exp(-c \cdot x)$

a = 2150 0 2500

c = 0.38 0 0.5

Antwortbox 3:

Man liest die Halbwertsdicken anhand der beiden Kurven ab zu:

1,2 cm für eine Beschleunigungsspannung von 27 kV und

1,8 cm für eine Beschleunigungsspannung von 36 kV.

Antwortbox 4:

Röntgenstrahlung einer mit 100kV betriebenen Röntgenröhre enthält alle Photonenenergien zwischen (prinzipiell) 0keV und der maximalen Energie von 100keV. Will man die Gesamtenergie (Summe von 0keV bis 100keV) beim Durchgang durch Materie auf die Hälfte schwächen, benötigt man eine gewisse Halbwertsdicke. Durch diese Schichtdicke wird insbesondere der niederenergetische Anteil der anfänglichen Gesamtstrahlung mehr geschwächt als der höherenergetische, sodass nach dem Durchgang durch diese Halbwertsdicke im noch vorhandenen Spektrum der höherenergetische Anteil der Strahlung ein gewisses Übergewicht erhält - eben weil die

leichter zu absorbierenden niederenergetischen Anteile jetzt in Relation(!) dazu weniger sind. Um danach eine weitere Halbierung der Gesamtenergie, wenn auch von einem niedrigeren Wert aus, zu erreichen, bedarf es jetzt einer etwas größeren Schichtdicke als zuvor.

Setzt man dies fort, folgt, dass die Halbwertsdicken für eine immer weiter fortgesetzte Halbierung der Gesamtenergie der noch vorhandenen Strahlung immer etwas größer werden müssen. Letztlich bleibt fast nur noch Strahlung in der Nähe der Grenze von 100keV übrig, für die dann die Halbwertsdicke mit der von 100keV reiner Gammaphotonen übereinstimmt.

Man erkennt, dass mit zunehmender Energie die erste Halbwertsdicke (1. HVL) zunimmt (siehe Spalten 1 und 2 in der Tabelle). Spalte 3 zeigt dann, dass für die 2. HVL im Vergleich zur ersten immer eine größere Dicke benötigt wird, was auf einen jetzt stärkeren Anteil an höherenergetischer Röntgenstrahlung schließen lässt.

Antwortbox 5:

Da der menschliche Körper zu einem hohen Teil aus Wasser besteht und Wasser eine Halbwertsdicke im Bereich der höheren einstelligen Zentimeterlängen hat, wird selbst von weichem Gewebe viel Röntgenstrahlung absorbiert (und auch gestreut). Es ist sicher nicht ganz verkehrt zu sagen, dass die Röntgenbilder aus der restlichen Röntgenstrahlung, die noch am Detektor ankommt, durch starke Kontrasthervorhebung gewonnen werden. Die relativ weiche Röntgenstrahlung wird zunächst fast vollständig absorbiert (und gestreut), sodass letztlich im Wesentlichen die energiereichere Röntgenstrahlung für die Bildentstehung genutzt wird.

• Modellexperiment Bragg-Reflexion

Antwortbox 1:

Messung der Wellenlänge:	$\lambda =$	<input type="text" value="2,15 cm"/>	
Messung des Gitterebenenabstands:	$d =$	<input type="text" value="1,85 cm"/>	
Messung des ersten Glanzwinkels:	$\vartheta_1 =$	<input type="text" value="34°"/>	$2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta_1) =$ <input type="text" value="2,07 cm"/>
Messung des zweiten Glanzwinkels:	$\vartheta_2 =$	<input type="text" value="50°"/>	$2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta_2) =$ <input type="text" value="2,83 cm"/>

Für den Winkel $\vartheta_1=34^\circ$ ist die Bragg-Gleichung recht genau erfüllt, es wird daher, wie in einem solchen Fall zu erwarten, eine konstruktive Interferenz beobachtet.

Für den Winkel ϑ_2 ergibt sich keine Übereinstimmung von λ und $2 \cdot d \cdot \sin(\vartheta_2)$.

Antwortbox 2:

$$\Delta s = AB+BC = d \cdot \sin(\vartheta) + d \cdot \sin(\vartheta) = 2 \cdot \sin(\vartheta)$$

• Goniometer und Bragg-Bedingung

Antwortbox 1:

Die Impulsrate nimmt zunächst zu, erreicht bei ca. 20° (bzw. immer beim Doppelten des TARGET-Winkels) ihr Maximum und nimmt danach wieder ab..

Antwortbox 2:

Immer bei doppeltem SENSOR-Winkel gegenüber dem TARGET-Winkel ergibt sich eine maximale Impulsrate.

Antwortbox 3:

$$d(\text{NaCl})=283 \text{ pm} // eU=hc/\lambda // n*\lambda=2*d*\sin(\vartheta), n=1$$

$$\text{Also: } \sin(\vartheta)=(h*c)/(2*d*e*U), \text{ mit Zahlen: } \vartheta=3,6^\circ$$

Antwortbox 4:

Bei unterschiedlichem Anodenmaterial liegen zwar die charakteristischen Linien an anderer Stelle, der Beginn des Bremsspektrums bleibt jedoch (gleiche Anodenspannung vorausgesetzt) immer hinsichtlich der minimalen Wellenlänge im Spektrum und damit hinsichtlich des Winkels gleich. Der Kristall hat jedoch wegen seines individuellen Gitternetzebenenabstands entsprechend der Bragg-Gleichung Einfluss.

• Winkel-Intensitätsdiagramm vs. Wellenlängen-Intensitätsdiagramm

Antwortbox 1:

	Ordnung n	ϑ in °	λ in pm
1	1	6.4	62.9
2	1	7.2	71.3
3	2	13.0	63.6
4	2	14.6	71.5
5	3	19.6	63.2
6	3	22.2	71.2
7			

Antwortbox 2:

Es wäre großer Zufall, wenn die für die drei Ordnungen so gut passenden Werte durch 6 verschiedene charakteristische Linien erzeugt würden, zumal auch die Intensitätsverhältnisse innerhalb der drei Linienpaare nahezu identisch bleibt. Vollständig(!) ausgeschlossen ist dies auf der Basis der Messwerte aber nicht (dies kann aber durch andere Messungen belegt werden).

Antwortbox 3:

Der LiF-Kristall besitzt einen kleineren Gitternetzebenenabstand, daher müssen sich gemäß der Bragg-Gleichung zu denselben Wellenlängen jeweils größere Winkel ergeben, da ein kleineres d zunächst einen größeren Sinus(ϑ) und, wegen der Monotonie der Sinusfunktion, dann auch einen größeren Winkelwert zur Folge hat.

Antwortbox 4:

Die Winkelabstände werden mit zunehmender Ordnung (trotz gleicher Wellenlängenwerte) größer, da die Abstände der Sinuswerte gleich bleiben, was nur, wegen der (bis 90°) abnehmenden Steigung der Sinusfunktion, durch einen größer werdenden Abstand der Winkelwerte selbst möglich ist.

Antwortbox 5:

Die Herleitung folgt unmittelbar aus Bragg-Gleichung.

Berechnung des Netzebenenabstand von LiF: ...

• **Charakteristische Spektren zu verschiedenen Anodenmaterialien**

Antwortbox 1:

Der jeweilige Beginn des Bremsspektrums ist für alle drei Anodenmaterialien gleich, da die Energie der Kathodenelektronen wegen $U=35\text{kV}=\text{const}$ immer identisch ist.

Trotz identischer Beschleunigungsspannung liegen die charakteristischen Linien an unterschiedlichen Stellen, da sie typisch sind für (unterschiedlichen) Anregungsenergien der unteren Elektronen in den Schalen der Atome der verschiedenen Anodenmaterialien.

Es treten Maxima unterschiedlicher Ordnungen auf. Eigentlich ist "das" aufgenommene Spektrum eine Überlagerung mehrerer(!) vollständiger Spektren (mit jeweiligen Bremsspektrum samt charakteristischer Linien) unterschiedlicher Ordnungen.

• **Bremsspektrum**

Antwortbox 1:

Unterschiede:

1. Der Beginn des Bremsspektrums ist jeweils unterschiedlich: Mit abnehmender Beschleunigungsspannung beginnen die Spektren bei zunehmenden Winkeln, d. h. bei größeren Wellenlängen (nach Bragg).

Begründung: Bei abnehmender Beschleunigungsspannung wird die maximal mögliche Energie der Röntgenphotonen geringer, deren kleinstmögliche Wellenlänge also größer.

2. Die Impulsraten werden mit abnehmender Beschleunigungsspannung geringer.

Begründung: Die aus dem Versorgungsnetz entnommene Leistung der Röntgenröhre wird mit abnehmender Beschleunigungsspannung geringer, daher muss auch die Gesamtenergie der abgegebenen Röntgenphotonen geringer werden.

Gemeinsamkeiten:

Die charakteristischen Linien bleiben an denselben Stellen (sofern sie überhaupt auftreten können).

Begründung: Die Anregungsenergie der Elektronen der Schalen der Atome des Anodenmaterials ist natürlich nicht abhängig von der Anodenspannung.

• **Bestimmung des Planck'schen Wirkungsquantums**

Antwortbox 1:

Tabellenwerte:

***h*-Bestimmung mit Röntgenröhre**

$n = 1$
 $d = 283 \text{ pm}$
 $e = 1,60\text{E-}19 \text{ As}$
 $c = 3,00\text{E+}08 \text{ m/s}$

		$\lambda_{\min} = 2 \cdot d \cdot \sin(\delta_{\min})$	$h = e \cdot U_A \cdot \lambda_{\min} / c$
U_A	δ_{\min}	λ_{\min}	h
in V	in °	in pm	in Js
22	5,80	57,2	6,73E-34
24	5,30	52,3	6,71E-34
26	4,90	48,3	6,72E-34
28	4,55	44,9	6,72E-34
30	4,30	42,4	6,81E-34
32	4,00	39,5	6,76E-34
34	3,75	37,0	6,73E-34
35	3,65	36,0	6,74E-34
Mittelwert =			6,74E-34

Als Durchschnittswert ergibt sich: $h = 6,74\text{E-}34 \text{ Js}$.

Antwortbox 2:

Mit einem anderen Analysekrystall ergeben sich zwar andere minimale Winkel für den Beginn des Bremsspektrums, die zugehörige Berechnung der minimalen Wellenlängen liefert jedoch dieselben Werte wie zuvor.

Antwortbox 3:

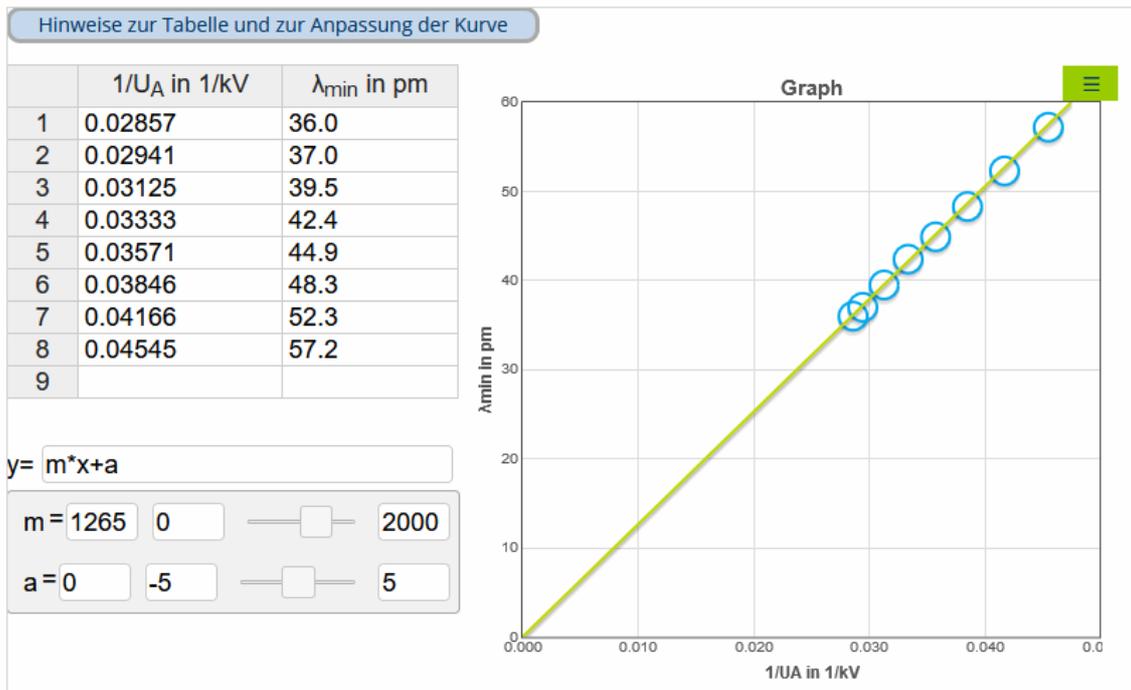
Das Anodenmaterial ist lediglich entscheidend für die Lage der charakteristischen Linien, der Beginn des Bremsspektrums ist jedoch nur abhängig von der Anodenspannung.

Antwortbox 4:

Reine Tabellenwerte

0.02857	36.0
0.02941	37.0
0.03125	39.5
0.03333	42.4
0.03571	44.9
0.03846	48.3
0.04166	52.3
0.04545	57.2

Foto:



Antwortbox 5:

Verfahren:

Es ist $\lambda_{\min} = h \cdot c / e \cdot 1/U_A$, also ist bei der Auftragung λ_{\min} gegen $1/U_A$ eine Gerade zu erwarten, deren Steigung $h \cdot c / e$ ist. Mit der Kenntnis der Elementarladung e und der Lichtgeschwindigkeit c lässt sich damit h berechnen.

Berechnung für h :

Bestmögliche Parameter: $m=1265$ und $a=0$.

Mit $m=h \cdot c / e$ ergibt sich nach der Umstellung nach h : $h=m \cdot e / c$.

Mit Zahlenwerten für m , e und c erhält man: $h=6,73E-34$ Js.

Vor- und Nachteile:

+ Man kann sehr gut die Linearität und den Verlauf der Geraden durch den Ursprung erkennen.

- Rechentechnisch aufwendig

- altes Verfahren

Verswindender Hochachsenabschnitt:

Wählt man eine immer weiter zunehmende Beschleunigungsspannung ($1/U_A$ geht dann gegen Null), erhalten die im Bremsspektrum vorkommenden energiereichsten Röntgenphotonen eine immer größere Energie, d. h. ihre zugeordnete Wellenlänge nimmt immer weiter ab und wird verschwindend klein.

• Röntgenstrahlen zu Röntgens Lebenszeit

Antwortbox 1:

Funktionsweise des Funkeninduktors: Bekannte Erklärung über Induktionsspannung...

Antwortbox 2:

Eine erdfreie Aufhängung der Kabel ist nötig, damit kein Potenzialverlust auftritt infolge nicht hinreichender Isolierung der Kabel gegenüber Erdpotenzial.

Antwortbox 3:

Treffen Röntgenstrahlen auf ein geeignetes Material, kann es zu Fluoreszenz kommen, sodass man Konturen erkennen kann.

Antwortbox 4:

Man erkennt das Bild eines Schukosteckers.

Antwortbox 5:

In den alten Röntgenröhren befanden sich aufgrund mangelnder Evakuierungsmöglichkeiten immer noch hinreichend viele Gasionen, die bei Anlegen der Hochspannung auf die Kathode auftrafen und dort Elektronen freisetzten. Diese Elektronen wurden dann durch die Hochspannung zur Anode hin beschleunigt.

• Aus dem Röntgenmuseum in Lennep

Entfällt

• Bremspektrum und Kramer'sche Regel

Antwortbox 1:

$$Z(\text{Ag}) = 47$$

$$Z(\text{Mo}) = 42$$

$$Z(\text{Cu}) = 29$$

Antwortbox 2:

$$I(\text{Ag}) = 2,8 /s$$

$$I(\text{Mo}) = 2,4 /s$$

$$I(\text{Cu}) = 1,2 /s$$

$$I(\text{Ag})/I(\text{Mo}) = 2,8/2,4 = 1,17 \quad Z(\text{Ag})/Z(\text{Mo}) = 47/42 = 1,12$$

$$I(\text{Ag})/I(\text{Cu}) = 2,8/1,2 = 2,33 \quad Z(\text{Ag})/Z(\text{Cu}) = 47/29 = 1,62$$

$$I(\text{Mo})/I(\text{Cu}) = 2,4/1,2 = 2,00 \quad Z(\text{Mo})/Z(\text{Cu}) = 42/29 = 1,45$$

Antwortbox 3:

Eine hinreichende Übereinstimmung kann nicht bestätigt werden. Zudem dürfte die Cu-Kurve nicht teilweise "über" den beiden anderen Kurven verlaufen.

Ggf. könnte die Abweichung darin begründet sein, dass es sich bei den Spektren immer um die Überlagerung mehrerer Einzelspektren (1. Ordnung, 2. Ordnung etc.) handelt.

• Kleine Übung zu Röntgenstrahlung

Antwortbox 1:

Die charakteristischen Linien sind ein Kennzeichen des Anodenmaterials, im Gegensatz zum Bremspektrum.

Antwortbox 2:

Die Beschleunigungsspannung ist maßgeblich für das kurzweilige Ende des Bremsspektrums.

Antwortbox 3:

Der Analysekristall erlaubt es erst überhaupt, das Spektrum der Röntgenstrahlung darzustellen. Allerdings tauchen die verschiedenen Ordnungen der Spektren in überlagerter Form auf.

Antwortbox 4:

Die h -Bestimmung gelingt über die Auswertung des Beginns des Bremsspektrums in Abhängigkeit von der jeweiligen Beschleunigungsspannung.

Antwortbox 5:

Das unmittelbar aufgenommen Winkel-Impuls-Spektrum ist die Überlagerung der Spektren 1., 2., 3. Ordnung usw. Aus dem Gesamtspektrum ist immer erst das Wellenlängenspektrum zu extrahieren.

Antwortbox 6:

Die Gleichung stellt einen Zusammenhang her zwischen dem Beginn des Bremsspektrums und der Beschleunigungsspannung.

Eine Bitte:

Für hilfreiche Rückmeldungen zu den tet.folio-Röntgenseiten und zu den vorstehenden Lösungen wäre ich dankbar. Vielen Dank, Peter Goldkuhle, Detmold, phf.g@web.de).